

Ber. Nat.-Med. Ver. Innsbruck

Band 58

S. 489–510

Innsbruck, Dezember 1970

DER VERSUCH EINER SYNTHESE DER INDIVIDUELLEN UND KOLLEKTIVEN METHODEN ZUM ERHALT MORPHOMETRISCHER MASSZAHLEN

von

Paul WENNING*

(Aus dem Institut für Mineralogie und Petrographie der Universität
Innsbruck; Vorstand: Univ.-Prof. Dr. J. LADURNER).

Synopsis: There are two methods of making morphometrical measurements. On the one hand there is the "individual method", using a small number of precisely determined individual measurements. On the other hand numerous morphometrical measurements may be collected in a statistically defined way.

Both methods are useful, but nowadays only the latter is used. However, it is possible to revive and redefine the old, well-known terms and measuring techniques.

The author wishes to point out that the fundamental ideas behind this paper were originally put forward by Prof. Bruno SANDER. The authors contribution is the redefinition of some of these ideas in numerical terms.

Zusammenfassung

Prinzipiell stehen für die Ermittlung morphometrischer Maßzahlen zwei Wege offen:

Einerseits eine individuelle Methode, die sich der Erfassung weniger, aber typischer Individuen bedient und an dieser geringen Zahl charakteristischer Individuen die Messungen durchführt;

andererseits kollektive Methoden, die die Daten unmittelbar an einem Kollektiv, aber unter Vernachlässigung von Details nach definierter, mathematisch begründeter Zählweise gewinnt, die dann auch eine Fehler- und Ausgleichsrechnung zuläßt.

* Anschrift des Verfassers: cand. min. Paul Wenning, Institut für Mineralogie und Petrographie, Universitätsstraße 4/II., A –6020 Innsbruck.

Beide Methoden sind brauchbar, beide sind sinnvoll und beide haben ihre Berechtigung, denn je nach Lage der Dinge, insbesondere bei extremen Korngrößen, ist oft nur die eine oder die andere Methode anwendbar. Aber trotzdem lassen sich Gründe angeben, die es sinnvoll erscheinen lassen, letzterer Methode den Vorzug zu geben, von denen sowohl die Arbeitsvereinfachung als auch die Steigerung der Aussagesicherheit die vielleicht wichtigsten sind.

Und trotz aller Unterschiede in der Betrachtungsweise zeigen beide Methoden doch große Gemeinsamkeiten und gleiche Strukturen, die ich hier aufzeigen möchte.

Haben erstere das Schicksal, wenig benutzt zu werden, weil sie umständlich sind, haben letztere das Handicap, neu zu sein und so eine gewisse Scheu vor dem Benutzen zu erzeugen, so ermöglicht vielleicht das Aufzeigen der gemeinsamen Grundstruktur, des gleichen Grundgedankens, auch dem aus der einen oder anderen Richtung Kommenden die Benutzung.

Ein Gesichtspunkt aber läßt alle anderen Überlegungen in den Hintergrund treten: Auf vielen verwandten Nachbargebieten wäre eine andere als die statistische Methode undenkbar, undurchführbar oder gar, weil eine Vertrauensgrenze kaum angebbar ist, unproduktiv. Es ist daher zweckmäßig, die SANDER'schen Gefügeparameter von ihrer alten Definitionsgrundlage abzuheben und auf ein neues Fundament statistisch gewonnener Zahlen umzustellen.

Der Versuch dazu wird unternommen, das Ergebnis wird an Hand von Beispielen erläutert.

Einführung:

Ein Gefüge wird durch Angabe aller Raumdaten im Innern eines betrachteten Bereiches beschrieben, wobei 'Raumdatum' jedwede Aussage über ein Korn oder mehrere Körner sein kann.

Besteht – wie es in geologischen Körpern meist der Fall ist – der betrachtete Bereich aus Mineralkörnern, so ist das Gefüge durch Angabe von Raumdaten zu beschreiben, die zu folgenden Gruppen gehören können:

1. Mineralart der Körner,
2. Räumliche Lage der Körner,
3. Raumdaten abgesehen von der Drehlage der Körner.

Wird nun Punkt 1 im Allgemeinen sehr ausführlich behandelt, und Punkt 2 schon weniger (meist nach SANDER, 1950), so wird Punkt 3 recht selten Aufmerksamkeit zuteil, wohl deshalb, weil ein solcher Bestimmungsgang recht aufwendig erscheint. Dieses Vorurteil abbauen zu helfen, ist ein Ziel dieser Arbeit.

Die Angabe solcher "Raumdaten abgesehen von der Drehlage der Körner", wie SANDER die Beschreibung von Korngefügen unter Außerachtlassung der Drehlage der Körner nennt, sieht ihr Ziel darin, charakteristische Meßgrößen zu gewinnen, die es gestatten, Gefüge durch quantitative Aussagen miteinander vergleichen und dann aus dem Vergleich Folgerungen ableiten zu können.

Diese quantitativen Aussagen sind Maßzahlen, etwa solche für Oberfläche und Volumen, aber auch die Art der Berührung zweier Körner zählt hierher. Darüberhinaus

bringt es die Eigenart der geologisch geformten Gefüge mit sich, daß auch abgeleitete Kennziffern zur Charakterisierung herangezogen werden müssen, etwa die von SANDER geprägten Begriffe der Gliedrigkeit oder der Körnigkeit.

Erläuterungen zur Wahl der Methode

Zur Beschreibung von 'Korngefügen abgesehen von der Drehlage der Körner' stehen uns im wesentlichen zwei Methoden zur Verfügung:

Zunächst Methoden, die die Daten durch Betrachtung des jeweiligen Einzelkornes gewinnen, herausgreifen möchte ich hier die von SANDER beschriebene Methode, veröffentlicht (1950) in der "Einführung in die Gefügekunde der geologischen Körper", Seite 74 bis 77.

Für die Beschreibung mineralogischer Korngefüge definiert SANDER neun Kennziffern: Diese werden nach der von ihm entwickelten und beschriebenen Methode am Einzelkorn gewonnen und als arithmetisches Mittel aus Einzelmessungen – unter Kennzeichnung der Schwankungsbreite – angegeben.

Die erforderlichen Daten werden mittels Distanzrädchens und Planimeters der Aufnahme einer Schlißfläche entnommen. Diese Arbeitsmethodik ist zeitraubend und ihre Aussagekraft abhängig von der Anzahl der Einzelmessungen, die zur Mittelung kommen. So exakt auch immer die einzelne Messung durchgeführt werden mag, so sehr sie auch eine bestimmte Charakteristik des Gefüges herausgreift und erfaßt, so kann doch angezweifelt werden, ob die gemittelte Kennziffer auch repräsentativ für das Kollektiv ist. Zwar stellt die Mittelung von Einzelmeßwerten schon den ersten Schritt auf dem Wege zu einer Statistik dar, aber schon die Begrenztheit der so erfaßten Kornzahlen und die Verluste, die auf dem Umweg über die Photographie entstehen, lassen die Schwierigkeiten, die auftreten, erkennen.

Eine andere Gruppe von Methoden gewinnt die Daten mit Hilfe statistischer Aufnahmen an einer größeren Zahl einer als Stichprobe aufgefaßten Menge von Körnern.

Nach dieser Arbeitsweise werden alle Kennziffern nicht mehr individuell und direkt, sondern indirekt und statistisch erhalten. Wesentliches Charakteristikum dieser Methode ist die reine Zählung, die unbeeinflusst von Wunsch und Willen durchgeführt werden kann. Die dann festgestellte Streuung der Einzelwerte läßt die Größenordnung des relativen Fehlers abschätzen und den absoluten Fehler definitiv aus Summenprozentkurven entnehmen.

Als einziges Arbeitshilfsmittel gelangen Zählfiguren zur Anwendung, die dem Objekt, zum Beispiel in der Zwischenbildebene des Mikroskops, überlagert werden. Grundsätzlich ist die Anordnung der Zählfiguren relativ frei wählbar, eine Übersicht über eine Reihe möglicher Figuren findet sich in SITTE, H. (1965), "Morphometrische Untersuchungen an Zellen", oder etwa in den entsprechenden Firmenprospekten, etwa von ZEISS.

Mit allen diesen Figuren sind die im Folgenden angegebenen Kennziffern darstellbar, es ändert sich jeweils die in den Gleichungen angegebene Konstante, die Flächen- und Meßlängenäquivalent der Zählpunkte beinhaltet.

Die hier in den Formeln jeweils angegebene Konstante bezieht sich auf das von BLASCHKE (1967) entwickelte Netz, beschrieben im Aufsatz 'Indirekte Volumens-, Oberflächen-, Größen- und Formfaktorbestimmungen mittels Zählfiguren in Schnitt-

ebenen mit dem LEITZ-Zählokular', erschienen in den "Leitz-Mitteilungen für Wissenschaft und Technik" Band IV, Seite 44 bis 49. (Zum Begriff "LEITZ-Zählokular" sei angefügt, daß die Firma diese Bezeichnung nicht im Katalog führt, dort heißt dieses Okular BLASCHKE-Okular, weshalb es im Folgenden auch so genannt wird). Die hierin enthaltenen Zählfiguren sind so bemessen und mathematisch aufeinander abgestimmt, daß korn- und gefügekennzeichnende Formeln ableitbar sind. Außerdem wird der Forderung, daß T, Q und S bei gleichem Netzwurf ermittelt werden, genüge getan.

Arbeitsgerät ist nur das von BLASCHKE entwickelte Zähllokular, das in Perfektion vorliegt. Die Meßmethodik zur Ermittlung der Kenngrößen von Gefügen ist einfach und zeitsparend, zudem ist die einfache Operation des Zählens auch von nicht qualifizierten Arbeitskräften leicht erlernbar, kurz, die Methode ist praxisgerecht.

Auf das Fundament der so gegebenen Zählmethodik sollen nun also die Kennziffern SANDER's gestellt werden; um die Definitionen SANDER's nutzbar in der neuen Sprache zu erhalten, bedarf es der Übersetzung, die neue Methode der SANDER'schen Gefügecharakteristik dienstbar zu machen, bedarf es einer Brücke.

Die Übersetzung der Kennziffern

Erste Kennziffer nach SANDER ist der Offenheitsgrad o .

Dieser ist definiert als Quotient, gebildet aus der Anzahl aller Körner und der Anzahl der einander berührenden Körner.

$$o = \frac{\text{Anzahl aller Körner}}{\text{Anzahl der einander berührenden Körner}}$$

Nun ist bei Durchführung der Analyse nach BLASCHKE die Anzahl aller Körner mit der Summe aller Q, also $\sum Q$ gegeben, es fehlt zur Angabe dieser Kennziffer also nur die "Anzahl der einander berührenden Körner".

Diese Anzahl muß nun, da sie in dem von BLASCHKE angegebenen Zählverfahren nicht ermittelt wird, zu den bisherigen drei Zählgrößen als vierte Zählgröße – mit B bezeichnet – in den Zählvorgang mitaufgenommen werden.

Dazu sei vorgeschlagen, daß, sofern der Offenheitsgrad o interessiert, neben der Trefferzahl T, der Querschnittszahl Q und der Korngrenzchnittzahl S dieses Datum, das mit B bezeichnet werden soll, gezählt wird. Bei der Zählung dieses B ist eine Besonderheit zu beachten: Die Zählung soll derart vorgenommen werden, daß jeweils die Zahl der zusammenhängenden Körner notiert wird. So muß zum Beispiel bei einer Anordnung der Zählobjekte im rechteckigen Zählfeld entsprechend Abb. 1 das B angegeben werden mit 2.2, entsprechend muß bei einer Anordnung gemäß Abb. 2 geschrieben werden 3.3.2.2, wobei jede der Ziffern als ein Datum B zu gelten habe. Reicht eine längere Kette in das Nachbarfeld hinein, etwa entsprechend Abb. 3, so wird sie einem Teilfeld allein zugeordnet, also $B = 7/B = 0$.

Dann ergibt sich der Offenheitsgrad eines Gefüges zu

$$o = \frac{\text{Summe der Kornzahlen } Q}{\text{Summe der Berührungszahlen } B} = \frac{\sum Q}{\sum B}$$

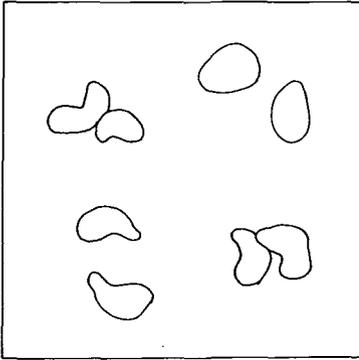


Abb. 1

Angabe:
B = 2,2

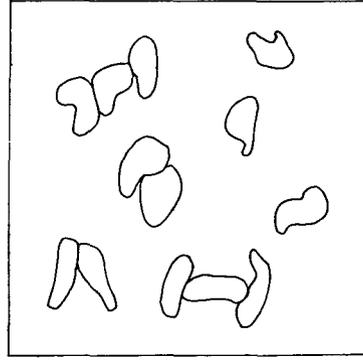


Abb. 2

Angabe:
B = 3.3.2.2

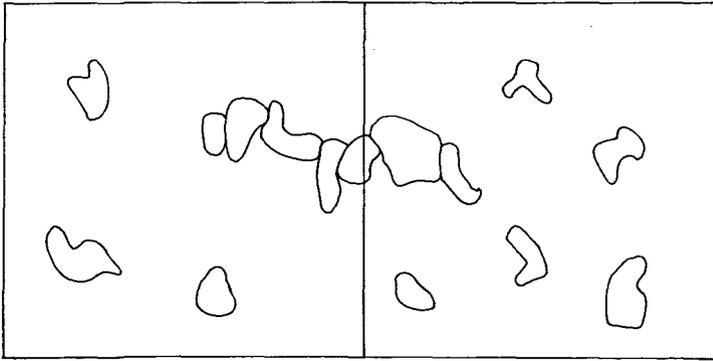


Abb. 3

Angabe:
B = 7/B = 0

Zweite Kennziffer nach SANDER ist die Proximitätsziffer N.

Sie kennzeichnet die Neigung der Körner, einander zu berühren, sie gibt an, wieviele berührende Nachbarn ein Korn hat. Diese Kennziffer ist das arithmetische Mittel der Ziffer B, das heißt, man addiert alle B und dividiert durch die Anzahl k der festgestellten Berührungen, also die Anzahl der notierten Ziffern B.

Darüberhinaus sollte der Schwankungsbereich angegeben werden, besser noch sollte über alle B eine Statistik angelegt werden.

Die bei SANDER (op. cit.) unter der Ziffer II geforderte Arbeitsweise "In einem zusammengesetzten Gefüge wird die Kornverteilung im Gefügebild für jedes Teilgefüge ausgezählt", also die Möglichkeit statistischer Auszählung der Kornverteilung im Gefügebild, ist durch die Einzelnotierung bei der Auszählung gesichert.

Dann ergibt sich die Proximitätsziffer zu

$$N = \frac{\sum_{v=1}^k B_v}{k}$$

Dritte Kennziffer nach SANDER ist die Gliedrigkeit G_l .

Sie wird beschrieben als eine Größe, die "im betrachteten Bereich das Verhältnis zwischen Kornvolumen und Kornoberfläche kontrolliert. Dieses Verhältnis ist auswertbar für Betrachtung über das Kornwachstum und über alle Verhalten, welche von der Kornoberfläche abhängen (chemische Reaktionen, Festigkeitsverhalten)". Da SANDER nun aber nicht auf das in dieser Definition erwähnte Kornvolumen und die Kornoberfläche zurückgreifen kann, muß er eine Dimension tiefer gehen und Kornquerschnittsfläche und Länge der Kornkontur zur Berechnung heranziehen.

Dies ist nun nicht erforderlich, da die der Definition entsprechende Gliedrigkeit $G_{l_d} = \frac{\text{Kornvolumen}}{\text{Kornoberfläche}}$ direkt in Zählgrößen nach BLASCHKE ausdrückbar ist:

$$G_{l_d} = \frac{\text{Kornvolumen}}{\text{Kornoberfläche}} = \frac{\frac{\text{Kornvolumen}}{\text{Gesamtvolumen}}}{\frac{\text{Kornoberfläche}}{\text{Gesamtvolumen}}}$$

$$G_{l_d} = \frac{\frac{5 T}{n}}{\frac{100}{S}} = \frac{5 T S}{100 a n}$$

$$G_{l_d} = \frac{a T}{2 S}$$

Die Gliedrigkeit G_{l_d} erweist sich somit als Kehrwert der spezifischen Oberfläche.

Folgt man dahingegen der SANDER'schen Meßanweisung, bestimmt man also

$$G_{l_m} = \frac{\text{Kornquerschnittsfläche}}{\text{Mittlere Länge der Kornkontur}}, \text{ so erhält man eine andere Gliedrigkeit: Es}$$

besteht also, wie man aus Abb. 4 leicht entnehmen kann, zwischen der Gliedrigkeit der Definition und der Gliedrigkeit der Meßanweisung ein Unterschied, weil im letzteren Fall die allgemeine Lage der Körner keine Berücksichtigung findet.

Da eine Kompatibilität zwischen beiden Gliedrigkeiten angestrebt werden muß, ist es sinnvoll, einen Korrekturfaktor zu berechnen.

Dazu ist zunächst die Gliedrigkeit der Meßanweisung Gl_m zu bestimmen.

$$Gl_m = \frac{\text{Kornquerschnittsfläche}}{\text{Mittlere Länge der Kornkontur}}$$

$$= \frac{F_{qfl}}{U_m}$$

* siehe Anmerkung

$$= \frac{\frac{\sqrt{3} a^2 T}{2 Q}}{\frac{a \pi S}{2 Q}}$$

$$Gl_m = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot a \frac{T}{S}$$

oder nach Ausrechnung der Konstanten

$$Gl_m = 0,5513 \cdot a \frac{T}{S}$$

Der eine Kompatibilität sicherstellende Faktor ergibt sich dann zu

$$\frac{Gl_d}{Gl_m} = \frac{\frac{a T}{2 S}}{\frac{\sqrt{3} \cdot a T}{\pi S}}$$

$$= \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$$

$$= 0,9068$$

Als Ausdruck für die Umrechnung ergibt sich

$$Gl_m \cdot 0,9068 = Gl_d$$

$$Gl_d \cdot 1,1026 = Gl_m$$

* Den Ausdruck $U_m = \frac{a \pi S}{2 Q}$ verdanke ich einer mündlichen Mitteilung von Herrn Prof. Klima.

Er wies mir auch die Möglichkeit der Berechnung nach der SANDER'schen Meßanweisung auf, wofür ich ihm an dieser Stelle recht herzlich danken möchte.

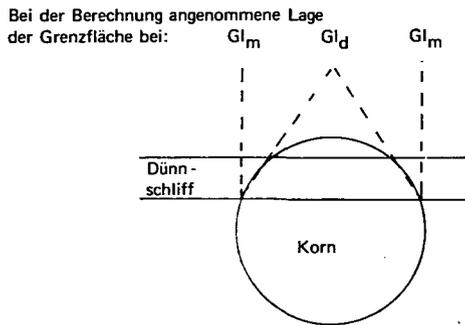


Abb.4

Vierte Kennziffer nach SANDER ist die Körnigkeit.

Sie beschreibt, "wieviel Einzelkörner in der Volumeneinheit auf die Substanz fallen". SANDER benennt diese Ziffer nicht, sie soll im Folgenden mit $Kö$ bezeichnet werden. Sie bezeichnet die Körnigkeit einer Kornart K_1 (Kleinkörnigkeit, Grobkörnigkeit usw.).

"Die Körnigkeit ist eine wichtige Kennziffer

1. für den Vergleich verschiedenen Verhaltens der Substanz K_1 bei Kristallisation unter verschiedenen Bedingungen,
2. für den Vergleich des Verhaltens der Substanz K_1 mit dem Verhalten einer Substanz K_2 bei Kristallisation unter gleichen Bedingungen im selben Gefüge".

Zum Erhalt dieser Kennziffer bestimmt man, "wieviele Kornquerschnitte auf die Flächeneinheit der Substanz K_1 fallen".

Die Körnigkeit ergibt sich also zu

$$Kö = \frac{Q}{10\sqrt{3} a^2 n} \cdot 100 \cdot \frac{n}{5 T}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{Q}{a^2 T}$$

oder bei Ausrechnung der Konstante

$$Kö = 1,1547 \frac{Q}{a^2 T}$$

Es zeigt sich, daß die Körnigkeit der mittleren Fläche reziprok ist, was evident ist, da mit kleiner werdender mittlerer Flächengröße die Körnigkeit zunimmt.

Fünfte Kennziffer nach SANDER ist die quantitative Kornartenvertretung.

Es ist damit einerseits die übliche Integration gemeint, wobei aber zusätzlich die Größe und Ausbildung der Körner beachtet werden soll.

Beim Auszählen des Objektes wird dieser Forderung SANDER's insofern Rechnung getragen, als, wie ja auch BLASCHKE vorschlägt und fordert, für jeweils unterschiedliche

Korngrößen getrennte Auszählungen vorgenommen werden. Die statistische Auswertung des Ergebnisses stellt die Kornartenvertretung mit hinreichender Genauigkeit dar.

Im übrigen sei hier auf die Abbildungen 5, 6 und 7 verwiesen.

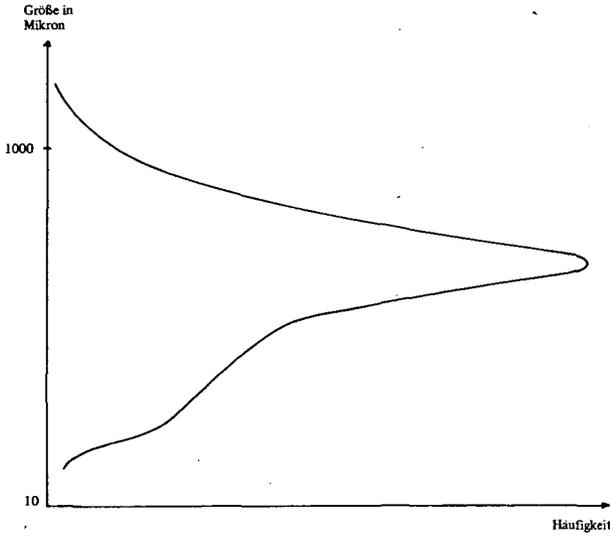


Abb.5 Korngrößenverteilung im Schliff 1.481

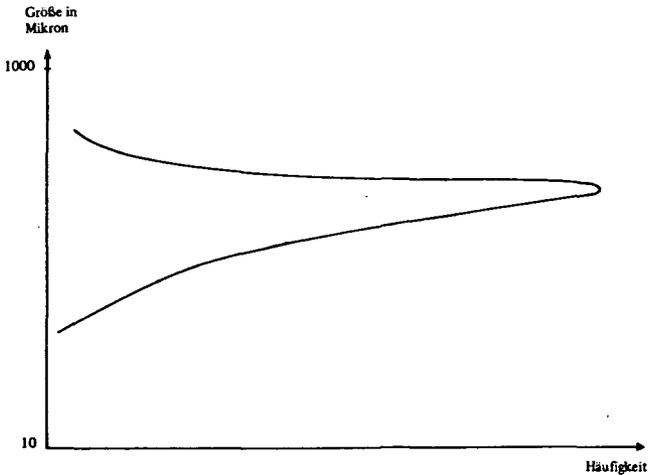


Abb.6 Korngrößenverteilung im Schliff 7.482

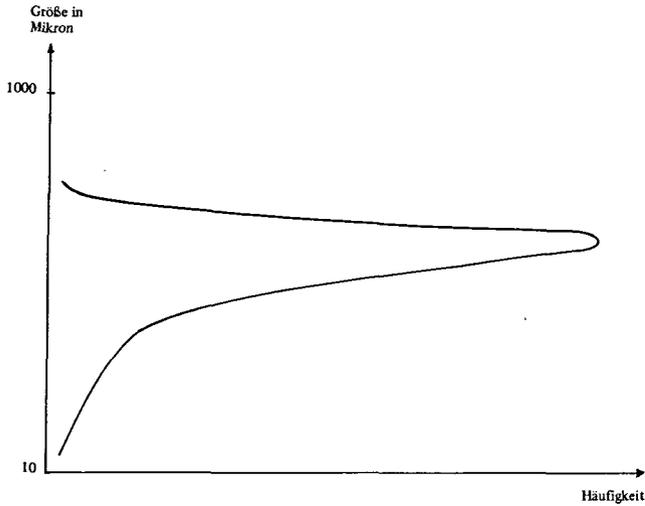


Abb. 7 Korngrößenverteilung im Schluff 19.141

Sechste Kennziffer nach SANDER ist die mittlere Eigenförmigkeit der Gefügekörner. (Da das hierfür von SANDER benutzte Symbol F ansonsten meist schon für Flächengrößen gebraucht wird, soll hier von SANDER's Symbol F abgewichen werden und anstelle von F ein E gesetzt werden, womit auch die Betonung von Förmigkeit auf EIGENförmigkeit im Sinne einer besseren Verständlichkeit verschoben ist.)

SANDER definiert dieses E derart, daß die gesamte Länge der Kornkontur, genannt U, durch die Länge, welche davon kristallographische Kontur UK ist, dividiert wird. Die Eigenförmigkeit wird dann mitteln für die Gesamtheit der interessierenden Kornart bestimmt, und man drückt mit E dann die mittlere Eigenförmigkeit als den Prozentgehalt der Kornkontur an kristallographischer Kontur aus, das heißt, E ist 100 % bei vollkommener Eigengestalt der Körner.

SANDER gewinnt diese Zahl mit Hilfe des Distanzrädchens.

Da diese so definierte Kennziffer mit der statistischen Methode nicht ohne weiteres zugänglich ist, sei hier folgende Überlegung zur Diskussion gestellt:

Die Eigenförmigkeit SANDER's beschreibt eine Abweichung der tatsächlichen Korngestalt von der idealen, weil kristallographisch begrenzten Korngestalt.

Bleibt man bei diesem Sinngehalt, so kann die Eigenförmigkeit auch als Abweichung der tatsächlichen Kornoberfläche von der idealen Kornoberfläche beschrieben werden, wobei zweckmäßigerweise beide Oberflächen auf ein angenommenes gleiches Volumen bezogen werden.

$$E = \frac{\text{Tatsächliche Kornoberfläche}}{\text{Ideale Kornoberfläche}}$$

Zur späteren Faktorbildung wird mit der "Mittleren Oberfläche volumengleicher Kugeln" erweitert.

$$E = \frac{\text{Tatsächliche Kornoberfläche}}{\text{Mittlere Oberfläche volumengleicher Kugeln}} \cdot \frac{\text{Mittlere Oberfläche volumengleicher Kugeln}}{\text{Ideale Kornoberfläche}}$$

Da mit O_{sp} nur eine Oberfläche pro Volumen gegeben ist, muß wiederum erweitert werden.

$$E = \frac{\frac{\text{Tatsächliche Kornoberfläche}}{\text{Volumen dieser Phase}}}{\frac{\text{Mittlere Oberfläche volumengleicher Kugeln}}{\text{Volumen dieser Phase}}} \cdot \frac{\text{Mittlere Oberfläche volumengleicher Kugeln}}{\text{Ideale Kornoberfläche}}$$

Rechengang

Die mittlere Flächengröße der Kornquerschnitte wird als mittlerer Kugelanschnitt aufgefaßt. Der mittlere Kugelanschnitt $\frac{2}{3}\pi r^2$ wird gleich F_{qfl} gesetzt, wonach sich dann der Mittlere Radius \bar{r} berechnen läßt.

$$\frac{2}{3}\pi r^2 = F_{qfl} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 \frac{T}{Q}$$

$$\bar{r} = \frac{\sqrt[4]{27}}{2\sqrt{\pi}} a \sqrt{\frac{T}{Q}}$$

Der Quotient $\frac{\text{Tatsächliche Kornoberfläche}}{\text{Volumen dieser Phase}}$ ist mit $O_{sp} = \frac{2S}{aT}$ gegeben. [Dimension l^{-1}]

Der Quotient $\frac{\text{Mittlere Oberfläche volumengleicher Kugeln}}{\text{Volumen dieser Phase}}$ ist berechenbar:

$$\frac{4\pi \bar{r}^2}{\frac{4\pi}{3} \bar{r}^3} = \frac{3}{\bar{r}}$$

$$= \frac{6\sqrt{\pi}}{\sqrt[4]{27} a} \cdot \sqrt{\frac{Q}{T}}$$

[Dimension l^{-1}]

Der Quotient $\frac{\text{Mittlere Oberfläche volumengleicher Kugeln}}{\text{Ideale Kornoberfläche}} =$

$$\frac{\text{Mittlere Oberfläche volumengleicher Kugeln}}{\text{Oberfläche des volumengleichen Sollkörpers}}$$

ist dimensionslos, somit ein Faktor und tabellierbar. Dieser Eigenförmigkeitsfaktor E_f ist dann 1, wenn der Sollkörper eine Kugel ist, in allen anderen Fällen ist er kleiner.

Berechnung dieses Eigenförmigkeitsfaktors (am Beispiel eines Tetraeders)

Der Tetraeder hat das Volumen $\frac{\sqrt{2}}{12} \cdot a^3$; eine Kugel ($V = \frac{4}{3} \pi r^3$) gleichen Volumens hat dann den

$$\text{Radius } r = a \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}}{16\pi}} \text{ und somit auch die Oberfläche } F_k = 4\pi r^2 = 4\pi a^2 \left[\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}}{16\pi}} \right]^2$$

Der Tetraeder aber hat die Oberfläche $F_t = a^2 \sqrt{3}$

Als Eigenförmigkeitsfaktor des Tetraeders, Ef_t , ergibt sich also:

$$Ef_t = \frac{4\pi a^2 \left[\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}}{16\pi}} \right]^2}{a^2 \sqrt{3}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{\pi}{6\sqrt{3}}} \text{ oder als Dezimalzahl}$$

$$Ef_t = 0,671$$

Bei grundsätzlich gleichem Rechengang ergeben sich des weiteren die Eigenförmigkeitsfaktoren folgender Tabelle:

Idealkörper	Faktor	Faktor explicit
Tetraeder	$\sqrt[3]{\frac{\pi}{6\sqrt{3}}}$	0,671
Würfel	$\sqrt[3]{\frac{\pi}{6}}$	0,806
Reguläres Dodekaeder	$\frac{4\pi \left[\sqrt[3]{\frac{3(15+7\sqrt{5})}{4\pi \cdot 4}} \right]^2}{3 \sqrt{5(5+2\sqrt{5})}}$	0,910

Entsprechende Faktoren von Körpern geringerer Symmetrie sind jeweils nach deren Achsenverhältnis zu berechnen.

Aus dem obigen ergibt sich die Eigenförmigkeit zu

$$E = \frac{\frac{2S}{aT}}{6\sqrt{\pi}} \cdot Ef$$

$$= \frac{\sqrt[4]{27} \cdot a \cdot \sqrt{\frac{T}{Q}}}{3\sqrt{\pi}} \cdot \frac{S}{\sqrt{TQ}} \cdot Ef$$

oder nach Berechnung der Konstante

$$E = 0,00225 \cdot \frac{S}{\sqrt{TQ}} \cdot Ef$$

wobei jeweils der Faktor Ef der Tabelle entnommen werden kann.

Siebente Kennziffer nach SANDER ist "das Verhältnis der Gesamtfläche aller Kornquerschnitte von K_1 zur Fläche der einander berührenden Kornquerschnitte von K_1 ".

Dieses Verhältnis sei im Folgenden mit H bezeichnet.

Unter Zugrundelegung dieser Definition als Maßanweisung ergibt sich folgende Berechnungsformel:

$$H = \frac{\sum Q \cdot \text{mittlerer Querschnittsfläche aller Körner}}{\sum B \cdot \text{mittlerer Querschnittsfläche der einander berührenden Körner}}$$

Es zeigt sich, daß diese Kennziffer SANDER's numerisch dem Offenheitsgrad o dann gleich ist, wenn man die Korngröße der einander berührenden Körner und jene der einander nicht berührenden Körner als gleich ansprechen kann.

Ist diese Voraussetzung nicht gegeben, werden ohnehin zwei Auszählgänge erforderlich; die sich dabei ergebenden Flächengrößen können dann in obige Formel eingesetzt werden.

Achte Kennziffer nach SANDER ist der Umschließungsgrad der Körner.

Eine Auswertung in dieser Richtung kann nur so erfolgen, daß über das Verhältnis der Umschließung jeder Kornart gegenüber jeder eine eigene Auszählstatistik angefertigt wird, das heißt, daß das Verhältnis zwischen $a = (A \text{ umschließt } B)$ und $b = (B \text{ umschließt } A)$ gebildet und als Kennziffer angesehen wird, zu deren Bestimmung also ein eigener Bestimmungsgang notwendig ist.

Neunte Kennziffer nach SANDER ist der Intergranularkoeffizient.

Es ist dies die "Größe der Intergranulare pro Flächeneinheit für alle Kornarten".

Da nun aber die Intergranulare die Grenze vom betrachteten Korn A zum jeweiligen Nachbarn ist, ist sie gleich der inneren spezifischen Oberfläche, das heißt, der Intergranularkoeffizient ist mit der von BLASCHKE aufgeführten inneren spezifischen

Oberfläche $O_i = \frac{S}{10 a n}$ gegeben.

Hierbei ist die Intergranulare als Fläche aufgefaßt. Faßt man dieselbe als Häutchen auf, so kann der ermittelten Fläche eine vorgegebene oder gemessene Dicke aufmultipliziert werden.

Zur Angabe der Größe des gesamten intergranularen Raumes, ohne Unterscheidung der Kornarten, ist darüberhinaus ein eigener Auszählgang einzuschalten, wobei dieser Intergranularraum als eigenständige Phase aufgefaßt wird.

Zusammenstellung der Kennziffern

Symbolik nach SANDER (1950)

aus Kap. "Kennziffern für Korngefüge abgesehen von der Drehlage der Körner"; pg 74 ff

I	Offenheitsgrad	$o = \frac{\text{Anzahl aller Körner}}{\text{Anzahl der einander berührenden Körner}}$
Ia	Proximitätsziffer	$N = \text{Zahl der berührenden Nachbarn eines Kornes in der Schwankung zu kennzeichnen}$
III	Gliedrigkeit	$Gl = \frac{r}{l} = \frac{\text{Flächen \% - Volumen \% - Gehalt der Kornart}}{\text{Länge der Kornkonturen}}$
IV	Körnigkeit	$= \frac{\text{Körner pro Flächeneinheit} \cdot \text{Fläche des Gefüges}}{\text{Flächen \% - Volumen \% - Gehalt der Kornart}}$
V	Quantitative Kornartenvertretung	
VI	Mittlere Eigenförmigkeit der Gefügekörner	$F = \frac{U}{U K}$ $= \frac{\text{gesamte Länge der Kornkontur}}{\text{die Länge, welche davon kristallographische Kontur ist}}$ dies mittelnd für die Gesamtheit der interessierenden Kornart
VII	Verhältnis der Gesamtfläche aller Kornquerschnitt von K_1 zur Fläche der einander berührenden Kornquerschnitte von K_1	
VIII	Umschließungsgrad	
IX	Intergranular-koeffizient	$= \text{Größe der Intergranulare pro Flächeneinheit}$

Symbolik BLASCHKE (1967)

aus den
Grundgrößen

a	Zählpunktabstand
n	Anzahl der Objektteilfelder

und den
Zählgrößen

T	Trefferzahl
Q	Querschnittzahl
S	Korngrenzenschnittzahl

gerechnet:

F %	Flächenprozentgehalt in der Schnittebene
V%	Volumsprozentgehalt
Z	Anzahl der Kornquerschnitte pro Flächeneinheit
F_{qfl}	Mittlere Flächengröße der Kornquerschnitte
b_{qfl}	Mittlere Seitenlänge quadratischer Kornquerschnitte
d_{qfl}	Mittlere lineare Ausdehnung der Kornquerschnitte
D_{qfl}	Mittlerer Korndurchmesser
V_{qfl}	Mittleres Kornvolumen
O_i	Innere spezifische Oberfläche
O_{sp}	Spezifische Oberfläche
b_{spo}	Mittlere Kantenlänge würfelförmiger Äquivalentkörner
D_{spo}	Mittlerer Durchmesser kugelförmiger Äquivalentkörner
V_{spo}	Mittleres Volumen kugelförmiger Äquivalentkörner
f	Formfaktor

Dazu wurden jetzt neu definiert:

die Zählgröße

B	Berührungszahl
---	----------------

die Kennziffern für Korngefüge abgesehen von der Drehlage der Körner

σ	Offenheitsgrad	$\sigma = \frac{\sum Q}{\sum B}$
----------	----------------	----------------------------------

N Proximitätsziffer
$$N = \frac{\sum_{\nu=1}^k B_{\nu}}{k}$$

Gl_d Gliedrigkeit, entsprechend der Definition
$$Gl_d = \frac{a T}{2 S}$$

Gl_m Gliedrigkeit, entsprechend der Meßanweisung
$$Gl_m = 0,5513 a \frac{T}{S}$$

Kö Körnigkeit
$$Kö = 1,1547 \frac{Q}{a^2 T}$$

Quantitative Kornartenvertretung

E Mittlere Eigenförmigkeit
$$E = 0,00225 \frac{S}{\sqrt{TQ}} \cdot Ef$$

H Verhältnis der Gesamtfläche aller Kornquerschnitte von K₁ zur Fläche der einander berührenden Kornquerschnitte von K₁
$$H = \frac{\sum Q \cdot \text{mittlere Querschnittsfläche aller Körner}}{\sum B \cdot \text{mittlere Querschnittsfläche der einander berührenden Körner}}$$

O_i Intergranulkoeffizient
$$O_i = \frac{S}{10 a n}$$

Erläuterung an Hand von Beispielen

Die oben definierten Zählgrößen sollen nun an drei Beispielen berechnet werden. Beim Auszählen des Minerals Granat ergab sich

in Schliff	n	a in mm	T	Q	S	$\sum_{\nu=1}^k B_{\nu}$	k
1.481	416	0,23	375	1354	1846	333	125
7.482	1040	0,17	246	1356	1451	51	24
19.141	490	0,23	590	1787	2359	171	81

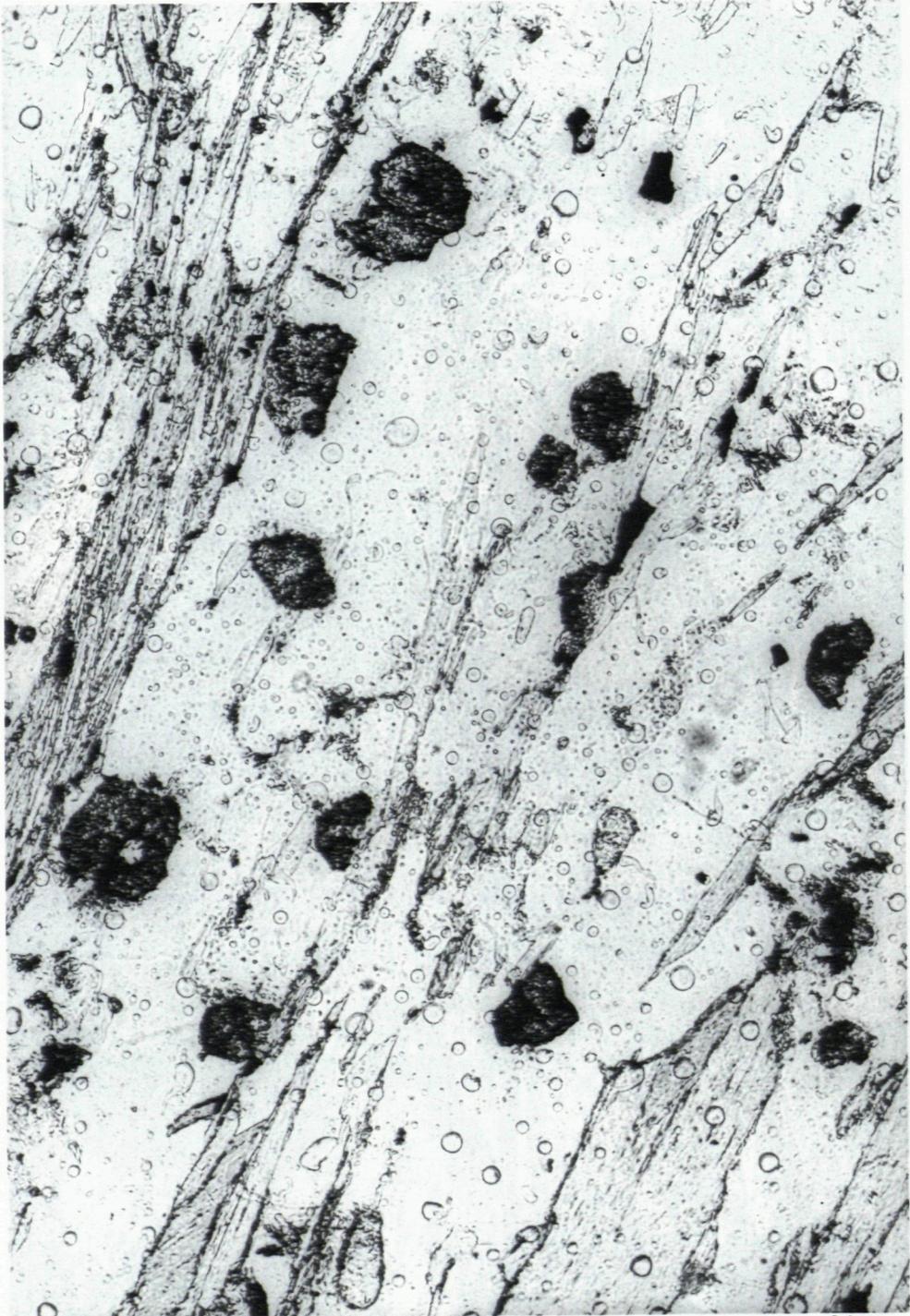
Daraus kann nun berechnet werden:

		im Schliff			
		1.481	7.482	19.141	Dimensionen
Flächenprozentgehalt bei Isotropie	F% = V%	4,5 %	1,1 %	6,0 %	–
Volumenprozentgehalt					
Kornquerschnitte pro Flächeneinheit	Z	3,55	2,60	3,98	mm ⁻²
Mittlere Flächengröße der Querschnitte	F _{qfl}	127 · 10 ²	45 · 10 ²	151 · 10 ²	Mikron ²
Mittlere Seitenlänge quadratischer Äquiv.	b _{qfl}	112	67	123	Mikron
Mittlere lineare Ausdehnung	d _{qfl}	127	76	138	Mikron
Mittlerer Korndurchmesser	D _{qfl}	161	96	176	Mikron
Mittleres Kornvolumen	V _{qfl}	218 · 10 ⁴	46 · 10 ⁴	285 · 10	Mikron ³
Innere spezifische Oberfläche, bezogen auf die Volumeneinheit des Gesamtsystems	O _i	1,92	0,82	2,09	mm ⁻¹
Spezifische Oberfläche, bezogen auf die Volumeneinheit dieser Phase	O _{sp}	42,8	69,3	34,76	mm ⁻¹
Mittlere Kantenlänge würfelförmiger Äquivalentkörner	b _{spo}	140,1	86,4	172,5	Mikron
Mittlerer Durchmesser kugelförmiger Äquivalentkörner	D _{spo}	20,6	86,4	172,5	Mikron
Mittleres Volumen kugelförmiger Äquivalentkörner	V _{spo}	418,8 · 10 ⁴	98,2 · 10 ⁴	781,7 · 10 ⁴	Mikron ³
Formfaktor	f	1,54	1,37	1,07	–
dazu jetzt neu					
Offenheitsgrad	o	4,06	26,58	10,45	–
Proximitätsziffer	N	2,66	2,12	2,11	–
Gliedrigkeit entsprechend der Definition	Gl _d	23,3 · 10 ⁻³	14 · 10 ⁻³	29 · 10 ⁻³	mm
Gliedrigkeit entsprechend der Meßanweisung	Gl _m	37 · 10 ⁻³	16 · 10 ⁻³	31 · 10 ⁻³	mm
Körnigkeit	K _ö	78,7	222,2	66,2	mm ⁻²
Mittlere Eigenförmigkeit Ef = 0,9	E	0,0051	0,0049	0,0045	–
Verhältnis der Gesamtläche aller Kornquerschnitte von K ₁ zur Fläche der einander berührenden Kornquerschnitte von K ₁	H	4,06	26,58	10,45	–
Intergranularkoeffizient	O _i	1,92	0,82	2,09	mm ⁻¹



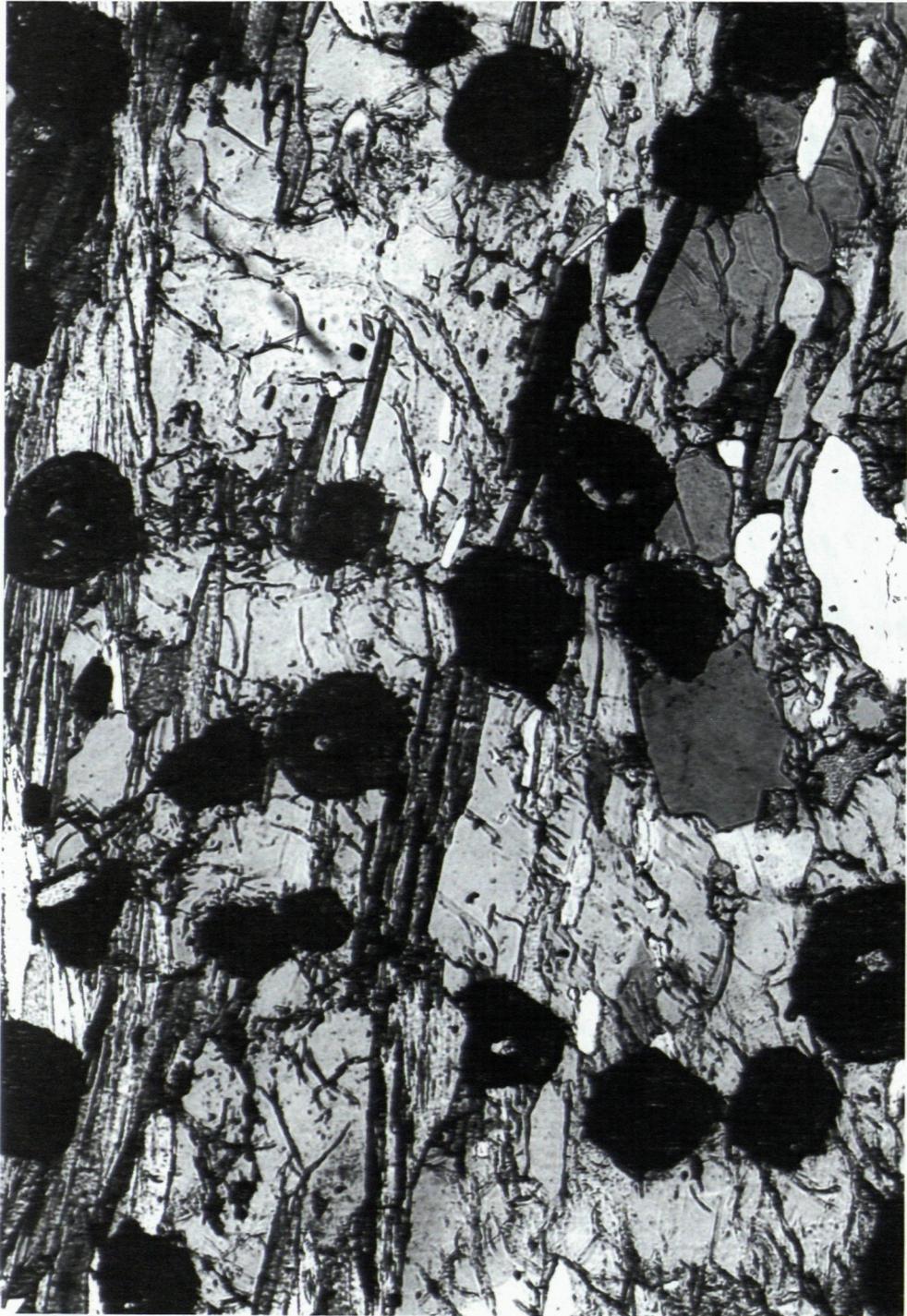
Ausschnitt aus Schliff 1.481

0,2 mm



Ausschnitt aus Schliff 7.482

0,2 mm



Ausschnitt aus Schliff 19.141

0,2mm

Literaturverzeichnis

- BLASCHKE, R. (1967): Indirekte Volumen-, Oberflächen-, Größen- und Formfaktorbestimmungen mittels Zählfiguren in Schnittebenen mit dem LEITZ-Zähllokular. LEITZ-Mitt. Wiss. u. Techn.. Bd. IV, Nr. 1/2, S. 44–49
- HENNIG, A. (1958): Kritische Betrachtungen zur Volumen- und Oberflächenmessung in der Mikroskopie, ZEISS Werkzeitschrift, 6. Jg., Nr. 30, S: 78–86
- SANDER, B. (1950): Einführung in die Gefügekunde der geologischen Körper 2. Teil, Die Korngefüge, Springer-Verlag, Wien und Innsbruck
- WEIBEL, E. R. & ELIAS, H. (1967): Quantitative Methods in Morphology – Quantitative Methoden in der Morphologie, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Berichte des naturwissenschaftlichen-medizinischen Verein Innsbruck](#)

Jahr/Year: 1970

Band/Volume: [58](#)

Autor(en)/Author(s): Wenning Paul

Artikel/Article: [Der Versuch einer Synthese der individuellen und kollektiven Methoden zum Erhalt morphometrischer Maßzahlen. 489-509](#)