©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Über den magnetischen Arbeitswerth von Substanzen veränderlicher Magnetisirungszahl, insbesondere von Eisen

von

Dr. **Gottlieb Adler,**

Privatdocent an der k. k. Universität in Wien.

(Mit 1 Textfigur.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 9. April 1891.)

Die vorliegende Abhandlung stellt sich die Aufgabe, den Ausdruck für den Arbeitswerth der magnetischen Polarisation von Substanzen veränderlicher Magnetisirungszahl herzuleiten und zur Beschreibung einer Reihe von Erscheinungen zu verwenden, dabei, abweichend von der Übung englischer Autoren, lediglich die Begriffe magnetische Kraft H und magnetisches Moment J benützend.

Sie gelangt in §. 1 auf Grund eines von Thomson zuerst angewandten Gedankenganges, in §. 2 auf anderem Wege zum nachstehenden Ausdrucke für den Arbeitswerth der magnetischen Polarisation

$$W = -\frac{1}{2}\int J_1 H_1 \cos(J_1, H_1)\, dv - \int J_1^2 \Big/ \Big(\frac{1}{2k_1} - \int_0^{J_1} \frac{\vartheta\, d\vartheta}{k}\Big)\, dv, \quad \text{I)}$$

wo die Integration über alle Volumelemente dv des magnetischen Körpers sich erstreckt.

Hierin bezeichnet H die Intensität der ursprünglich an der bezüglichen Stelle herrschenden Magnetkraft, J_1 das daselbst schliesslich erzielte magnetische Moment, (J, H) den Winkel zwischen den Richtungen beider, endlich $k_1 = \frac{J_1}{H_1}$ den dem schliesslich erreichten magnetischen Momente entsprechenden Werth der Magnetisirungszahl. Letztere ist hiebei, dem Vorgange

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Stefan's folgend, als Function des magnetischen Moments aufgefasst und k bezeichnet ihren Werth, wie er in jenem Augenblicke des Magnetisirungsvorganges statthat, in welchem das magnetische Moment den Bruchtheil θJ_1 seines schliesslichen Betrages J_1 besitzt.

Der Energieausdruck I tritt als quadratische Function des magnetischen Moments J auf, somit in jener Form, in der die kinetische Energie in der Dynamik uns entgegenzutreten pflegt. In dieser Form hat J. J. Thomson in seinen „Anwendungen der Dynamik auf Probleme der Physik" den magnetischen Arbeitswerth vermuthet und zu bestimmen gesucht, wobei lediglich eine, wie in §. 3 gezeigt wird, unstatthafte Verallgemeinerung ihn zu einem unrichtigen Energieausdrucke gelangen lässt.

Für Substanzen unveränderlicher Magnetisirungszahl ist $k = k_1$, und für sie verschwindet also der zweite Posten in Formel (I). Dieser stellt also im Allgemeinen den Einfluss dar, den die Veränderlichkeit der Magnetisirungszahl für den Betrag des magnetischen Arbeitswerthes besitzt. §. 4 discutirt diesen Einfluss auf Grund des experimentell festgestellten Verlaufes der Magnetisirungszahl.

§. 5 untersucht die von Warburg und Ewing eingehend studirte Hysteresis, eine namentlich bei Eisen auftretende Eigenthümlichkeit, die darin besteht, dass die Magnetisirungszahl $\frac{J}{H}$ für denselben Betrag des magnetischen Moments, θJ, bei aufsteigender Magnetisirung einen anderen Werth k hat, als bei absteigender, wo er k' ist. Es hat dies zur Folge, dass bei Ausführung eines vollständigen Kreisprocesses mit der fraglichen Substanz pro Volumeinheit ein Energiebetrag

$$D = 2 J_1^2 \int_0^1 \theta \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k'} \right) d\theta$$

dissipirt wird, der als äquivalente Wärme zu Tage tritt.

Die Aufstellung und Discussion eines Ausdruckes für den Arbeitswerth des remanenten Magnetismus bildet den Inhalt von §. 6.

Bei Herleitung des Arbeitswerthes W war die Constanz der Temperatur stillschweigend, aber wesentlich vorausgesetzt

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

worden. Berücksichtigt man jedoch, dass die Magnetisirungszahl k auch Function der Temperatur ist, so ergibt sich, dass W die Bedeutung der mechanisch verwerthbaren oder gemäss der Helmholtz'schen Fassung der Thermodynamik die der „freien" Energie besitzt. Eine ungemein einfache Anwendung der in letzterer aufgestellten Sätze führt vom Ausdrucke der freien zu jenem der Totalenergie U der magnetischen Polarisation. Eine einfache Discussion ergibt als die physikalische Bedeutung letzterer, dass sie jene Wärmemenge ist, die zur Aufhebung der magnetischen Polarisation der Substanz erforderlich ist.

Schliesslich verwendet die Abhandlung diese Sätze, um aus ihnen den Nutzeffect des thermomagnetischen Motors abzuleiten.

§. 1.

Ein erster Weg, die Energie magnetisch polarisirter Körper zu berechnen, ist auf einen Thomson'schen Gedankengang gegründet; es besteht dieser darin, die Energie zu berechnen als Gesammtbetrag der mechanischen Arbeit, welche gegen die sämmtlichen wirksamen Magnetkräfte, die ursprünglichen sowohl, wie die durch die Polarisirung geweckten, geleistet werden muss, um die Polarisirung, von Null beginnend, in ihrem schliesslichen Betrage zu erzielen.

Es bezeichnen E, F, G die nach den rechtwinkeligen Coordinatenaxen genommenen Componenten der ursprünglichen, im Felde herrschenden Magnetkraft H; $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$ die nach denselben Axen genommenen Componenten jener Magnetkraft $\mathfrak{R}$, die durch die auf der Oberfläche und im Innern des magnetischen Körpers in Folge der Polarisirung auftretenden freien Magnetismen wachgerufen werden, endlich J_1 die Intensität des magnetischen Moments, das unter Wirksamkeit dieser Kräfte schliesslich in der Volumseinheit erzielt wird, A_1, B_1, C_1 dessen Componenten. Dann sind diese letzteren mit ersteren Grössen durch die Gleichungen verknüpft

$$A_1 = k_1(E_1 + \mathfrak{X}_1);\ B_1 = k_1(F_1 + \mathfrak{Y}_1);\ C_1 = k_1(G_1 + \mathfrak{Z}_1), \qquad 1)$$

wo k_1 den dem schliesslich erzielten magnetischen Moment entsprechenden Werth der — veränderlichen — Magnetisirungszahl k bezeichnet.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Schreiben wir diese Gleichung in der Form

$$E_1 + \mathfrak{X}_1 - \frac{A_1}{k_1} = 0; \quad F_1 + \mathfrak{Y}_1 - \frac{B_1}{k_1} = 0; \quad G_1 + \mathfrak{Z}_1 - \frac{C_1}{k_1} = 0, \quad 2)$$

so können wir die Gleichgewichtsbedingung magnetisch polarisirter Körper auch dahin formuliren, dass im schliesslichen Zustande die ursprüngliche Magnetkraft H_1 und die durch die freien Magnetismen geweckte Kraft $\mathfrak{R}$ mit einer Kraft $-\frac{J_1}{k_1}$ sich das Gleichgewicht halten, die ich nach dem Vorgange Stefan's[1] als die magnetische Molecularkraft bezeichne.

Der Berechnung des Energiewerthes liegt folgende Formel zu Grunde. Um unter der Wirkung einer Magnetkraft K einen unendlich kleinen Elementarmagnet zu erzeugen dadurch, dass man die beiden, ursprünglich an dem einen Ende desselben vereinigten und daher neutralisirten, magnetischen Massen $+m$ und $-m$ in ihre um dn der Länge und Richtung nach von einander entfernten Lagen bringt, ist eine Arbeit aufzuwenden

$$dW = -mK\cos(K, n)\,dn = -KdJ\cos(K, J), \quad 3)$$

wo dJ das erzeugte magnetische Moment mdn und (K, J) den Winkel zwischen ihrer Richtung und der der wirksamen Kraft K bezeichnet.

Wir denken uns nun, dem Thomson'schen Gedankengange folgend, den Vorgang der magnetischen Polarisirung als einen successiven, von Null beginnend, zum schliesslichen Betrage J_1 ansteigend. In jenem Augenblicke des so gedachten Polarisirungsvorganges, in welchem das magnetische Moment in allen Volumelementen des Körpers denselben Bruchtheil θJ_1 seines schliesslichen Betrages J_1 erreicht hat, haben dann von den in der Gleichung 2) vorkommenden Kräften H_1 seinen unveränderten Werth; $\mathfrak{R}$, da es von den bei der Polarisirung auftretenden freien Magnetismen herrührt und mit letzteren proportional ist, hat dann gleichfalls den Bruchtheil $\theta\mathfrak{R}_1$ seines schliesslichen Werthes erreicht, die magnetische Molecularkraft endlich hat gleichzeitig den Werth $\frac{\theta J_1}{k}$, wo k den dem momentan herrschenden magneti-

[1] Siehe Stefan, Diese Ber., Bd. 69, Abth. II, S. 185—196.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

schen Moment θJ_1 entsprechenden Werth der Magnetisirungszahl bezeichnet, diese dem Vorgange Stefan's folgend als Function des magnetischen Moments gedacht.

Die Berechnung der Arbeit nun, die gegen die Wirksamkeit all' dieser Kräfte zu leisten ist, um das magnetische Moment zunächst von θJ_1 auf $(\theta+d\theta)J_1$ zu steigern, soll unter Zugrundelegung von 3) für die einzelnen Componenten einzeln berechnet werden.

So ergibt sich gemäss 3) die gegen die X-Componenten jener Kräfte zu leistende Arbeit um θA_1 auf $(\theta+d\theta)A_1$ zu steigern als

$$dW_1 = -\int\left(E_1+\theta\mathfrak{X}_1+\frac{\theta A_1}{k}\right)d\theta.A_1dv,$$

wo die Integration über alle Volumelemente dv magnetisirbarer Substanz sich erstreckt. Zur Erzielung des schliesslichen Betrages der Magnetisirungscomponente A ist somit die Arbeit nothwendig

$$W_1 = -\int\int_0^1\left(E_1+\theta\mathfrak{X}_1+\frac{\theta A_1}{k}\right)A_1d\theta.dv$$
$$= -\int\left[A_1E_1+\frac{A_1\mathfrak{X}_1}{2}-A_1^2\int_0^1\frac{\theta\,d\theta}{k}\right]dv$$

oder unter Berücksichtigung der Gleichung 2)

$$W_1 = -\int\left[\frac{A_1E_1}{2}+\frac{A_1^2}{2k_1}-A_1^2\int_0^1\frac{\theta\,d\theta}{k}\right]dv.$$

Durch Addition der analog für die auf die Y- und Z-Componenten entfallenden Theilbeträge der aufzuwendenden mechanischen Arbeit, W_2 und W_3 ergibt sich der Arbeitswerth der vollzogenen Polarisirung der magnetischen Substanz

$$W = -\int\left[\frac{1}{2}(A_1E_1+B_1F_1+C_1G_1)+J_1^2\left(\frac{1}{2k_1}-\int_0^1\frac{\theta\,d\theta}{k}\right)\right]dv \quad \text{I)}$$

§. 2.

Zum Ausdrucke für den Arbeitswerth eines magnetisch polarisirten Körpers führt noch ein zweiter Weg, jener, dieselbe zu berechnen als Gesammtbetrag der mechanischen Arbeit, die

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

aufzuwenden ist, um den Körper, seine Configuration als starr betrachtet, aus der Unendlichkeit an die bezügliche Stelle des Magnetfeldes gegen die Wirkung der Kräfte desselben zu bringen.

Bezeichnen E, F, G, wie vorhin, die nach den Coordinatenaxen genommenen Componenten der äusseren Magnetkraft H, so ist die mechanische Kraftwirkung, die diese auf einen Elementarmagnet von der Intensität

$$dJ = m\,dn\,,$$

wo m die Polstärke, dn die Poldistanz bezeichnet, ausübt, gegeben durch die Differenz der auf jeden der beiden Pole einzeln ausgeübten Kraftwirkungen, also

$$P = -\left[m\frac{\partial E}{\partial x}dx + m\frac{\partial F}{\partial y}dy + m\frac{\partial G}{\partial z}dz\right] \qquad 4a)$$

oder unter Einführung der auf die Coordinatenaxen entfallenden Componenten des magnetischen Moments

$$P = -\left[\frac{\partial E}{\partial x}dA + \frac{\partial F}{\partial y}dB + \frac{\partial G}{\partial z}dC\right] \qquad 4)$$

Um also das Volumelement dv eines magnetischen Körpers von einer Stelle des Magnetfeldes, die durch den Werth H der ursprünglichen Magnetkraft charakterisirt ist, nach einer anderen zu bringen, wo diese $H+dH$ beträgt, ist eine gegen diese äussere Magnetkraft zu leistende Arbeit nothwendig gegeben als

$$\begin{aligned} dw &= -\left[A\frac{\partial E}{\partial x}dx + B\frac{\partial F}{\partial y}dy + C\frac{\partial G}{\partial z}\partial z\right]dv \\ &= -\left[J\cos(H,J)\,dH\right]dv\,, \end{aligned} \qquad 5)$$

wo J, beziehungsweise A, B, C, die der bezüglichen Lage entsprechenden Werthe der magnetischen Polarisirung bezeichnen.

Bei der oben definirten Verrückung des ganzen magnetisch polarisirten Körpers ist somit — da in Folge der festgesetzten Unveränderlichkeit seiner Configuration die übrigen durch Gleichung 2) definirten Magnetkräfte hiebei keine Arbeit leisten — die Gesammtzunahme des Arbeitswerthes

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

$$dW = -\int \left[A\frac{\partial E}{\partial x}\,dx + B\frac{\partial F}{\partial y}\,dy + C\frac{\partial G}{\partial z}\,dz \right] dv$$

$$= -\int [J\cos(J, H)\,dH]\,dv\,, \qquad 5a)$$

wo die Integration über alle Volumelemente des magnetisch polarisirten Körpers sich erstreckt.

Nehmen wir nun weiters an, dass die Bewegung des magnetischen Körpers aus der Unendlichkeit in seine schliessliche Lage im Magnetfelde so langsam vor sich geht, dass die Componenten des magnetischen Moments J in jedem Augenblicke des bezeichneten Vorganges sich stets in jenen Werth einordnen, der ihnen durch die Gleichungen 2) vorgezeichnet ist, dann ist nur[1] der durch $5a)$ gegebene Arbeitsbetrag in Rechnung zu ziehen und der Gesammtarbeitswerth des magnetisch polarisirten Systems in seiner schliesslichen Lage im Magnetfelde ist gegeben durch

$$W = -\int\int_0^{H_1} J\cos(J, H)\,dH\,dv\,, \qquad \text{II)}$$

wo die innere Integration nach H auszuführen ist von dem in unendlicher Distanz herrschenden Werthe Null bis zu dem an der schliesslich eingenommenen Fehlstelle geltenden Werthe H_1, und J den H jeweilig zugeordneten Werth der magnetischen Polarisirungsintensität bezeichnet.

Der Ausdruck II für den Arbeitswerth ist zuerst von Warburg[2] aufgestellt worden.

Unterwirft man den Ausdruck II einer partiellen Integration, so ergibt sich

$$W = -\int [A_1E_1 + B_1F_1 + C_1G_1]\,dv + \int \left[\int_0^1 E\,dA + F\,dB + G\,dC \right] dv$$

$$= -\int J_1H_1\cos(H_1, J_1)\,dv + \int\int_0^{J_1} H\cos(H, J)\,dJ\,dv. \qquad \text{II}b)$$

---

[1] Die Einordnung des J in seine jeweilig neuen Werthe vollzieht sich dann nach §. 1 ohne Aufwand äusserer Arbeit, weil zu Beginn wie zu Ende derselben die Gesammtsumme der wirksamen Kräfte gemäss Gleichung 2) gleich Null ist.

[2] Siehe Warburg, Wiedem. Annalen, 1881, Bd. 13, S. 141.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Durch diese Umformung erscheint J als die unabhängig Variable und dies erleichtert die Vergleichung des Ausdruckes II für den Arbeitswerth mit dem in §. 1 abgeleiteten I.

Ersetzt man nämlich im zweiten Posten von II*b*) E, F, G durch ihre aus 2) des §. 1 folgenden Werthe, so ergibt sich, indem wir die Umformung an einem der drei Integrale vollziehen,

$$\int\left[\int_0^{A_1} E\,dA\right] dv = \int\int_0^{A_1} \frac{A}{k}\,dA\,dv - \int\int_0^{A_1} \mathfrak{X}\,dA\,dv.$$

Zum Zwecke der Ausführung dieser Integrationen denken wir uns wie in §. 1 die Integrationsvariable J als θJ_1 geschrieben, wo J_1 den schliesslichen — oberen Grenz- — Werth von J darstellt, die neue Integrationsvariable θ also zwischen den Grenzen 0 und 1 variirt.

Es ist dann einem bestimmten Werthe von θ ein Zustand des magnetisch polarisirten Körpers zugeordnet, in dem die Intensität seiner Magnetisirung für alle Volumelemente denselben Bruchtheil θJ_1 ihres schliesslichen Betrages J_1 besitzt. Die von dieser Polarisirung herrührende und ihr dem Betrage nach proportionale Magnetkraft $\mathfrak{R}$, beziehungsweise deren Componenten, besitzen dann gleichzeitig Werthe, die derselbe Bruchtheil $\theta\mathfrak{X}_1$, $\theta\mathfrak{Y}_1$, $\theta\mathfrak{Z}_1$ ihrer schliesslichen Beträge sind. Es ist somit im Besonderen

$$\int\left[\int^{A_1} E\,dA\right] dv = A_1^2\int_0^1 \frac{\theta\,d\theta}{k} - \frac{A_1\,\mathfrak{X}_1}{2}$$

Durch Addition dieses Ausdruckes mit den beiden anderen, entsprechend umgeformten ergibt sich so

$$\int\int_0^{J_1} H\cos(H,J)\,dJ\,dv =$$
$$= -\frac{1}{2}\int(A_1\mathfrak{X}_1 + B_1\mathfrak{Y}_1 + C_1\mathfrak{Z}_1)\,dv + \int J_1^2\int_0^1 \frac{\theta\,d\theta}{k}\,dv \qquad \text{III)}$$

und für den Arbeitswerth der magnetischen Polarisirung

$$W = -\int[A_1E_1 + B_1F_1 + C_1G_1]\,dv - \frac{1}{2}\int[A_1\mathfrak{X}_1 + B_1\mathfrak{Y}_1 + C_1\mathfrak{Z}_1]\,dv$$
$$+\int\left[\int_0^{J_1}\frac{J\,dJ}{k}\right] dv, \qquad \text{II}b)$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

wo für die Ausführung der Integration im dritten Posten von II*b*) die Magnetisirungszahl k als Function des magnetischen Moments anzusehen ist.

Durch Zusammenziehung der beiden ersten Posten im Ausdrucke II ergibt sich unter Berücksichtigung der Gleichungen 2) des §. 1

$$W = -\frac{1}{2}\int H_1 J_1 \cos(J,H)\, dv + \int J_1^2 \left[\int_0^{1} \frac{\vartheta\, d\vartheta}{k} - \frac{1}{2k_1}\right] dv \quad \text{I)},$$

identisch mit dem im §. 1 auf anderem Wege abgeleiteten Arbeitswerthe.

§. 3.

Der Ausdruck I für die potentielle Energie W des magnetisch polarisirten Körpers stellt sich in einer Form dar, in welcher nach Hamilton's allgemeinen Gleichungen der Dynamik uns die kinetische Energie entgegenzutreten pflegt, nämlich als quadratische Function jener Variabeln, die gemäss Hamilton's allgemeiner Fassung des Coordinatenbegriffes als „Geschwindigkeiten" anzusehen sind; als diese Grösse erscheint im Energieausdrucke I) das magnetische Moment J_1. Es ist dies ganz conform der Ampère'schen Theorie des Magnetismus, dergemäss das magnetische Moment als Stromintensität aufzufassen ist, welch' letztere, wie Maxwell[1] eingehend dargelegt hat, als „Geschwindigkeit" im Hamilton'schen Sinne angesehen werden kann.

J. J. Thomson hat in seinem Buche (Anwendungen der Dynamik auf Probleme der Physik und Chemie, §§. 33 und 34) direct versucht, auf Grund dieser Hamilton'schen Auffassung die magnetische Energie als $AJ_1^2 + BJ_1$ anzusetzen und die Coëfficienten A und B zu bestimmen. Der Umstand jedoch, dass Thomson hiebei die Magnetkraft H des ursprünglichen Magnetfeldes und die magnetische Totalkraft $\mathfrak{R} + H = \frac{J}{k}$ mit einander verwechselt,[2] lässt ihn zu einer vom Ausdrucke I abweichenden, unrichtigen, Formel für den Arbeitswerth gelangen.

---

[1] Siehe Maxwell, Lehrbuch der Elektr., Bd. II, Cap. V und VI.

[2] Nur für sehr schwach magnetisirbare Substanzen ist diese Vernachlässigung von $\mathfrak{R}$ und die daraus resultirende Gleichstellung

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Das gleiche Übersehen beeinflusst den von Janet[1] aufgestellten und wahrscheinlich auch den von ihm citirten Duhem'schen Energieausdruck.

§. 4.

Ist die Magnetisirungszahl für die magnetisch polarisirte Substanz constant, $k = k_1$, so verschwindet, wie unmittelbar ersichtlich, im Energieausdrucke I) der mit J_1^2 multiplicirte Klammerausdruck, und der Arbeitswerth reducirt sich auf den in einer früheren Abhandlung[2] für Substanzen constanter Magnetisirungszahl direct abgeleiteten Ausdruck

$$W' = -\frac{1}{2}\int (AE+BF+CG)\,dv = -\frac{1}{2}\int JH\cos(J,H)\,dv. \quad \text{I}a)$$

Der mit J_1^2 multiplicirte Zusatzposten

$$\Delta = J_1^2\left[\int_0^1 \frac{\vartheta\,d\vartheta}{k} - \frac{1}{2k_1}\right]$$

stellt somit den Einfluss der Veränderlichkeit der Magnetisirungszahl auf den Arbeitswerth dar, und die Discussion desselben ist an der Hand des Wertheverlaufes der Magnetisirungszahl k, als Function des magnetischen Moments aufgefasst, sehr leicht zu führen. Dieser Verlauf ist nun, wie aus nachstehender, Ewing's Untersuchungen entnommenen Tabelle ersichtlich ist, für Eisen[3] der folgende:

Die Magnetisirungszahl k beginnt für unendlich kleine Werthe von J mit einem endlichen Werthe, steigt sodann stetig bis zu einem Maximalwerthe, der ungefähr dann eintritt, wenn

---

$H = \frac{J}{k}$ im Allgemeinen gestattet. Daher ist auch beispielsweise die von J. J. Thomson auf Seite 57 (l. c.) für die mechanische Kraft, die auf die magnetische Substanz wirksam ist, allgemein aufgestellte Formel identisch mit jener, welche Maxwell (l. c., II. Bd., S. 70) als lediglich für schwach magnetische Körper giltig ableitet.

[1] Journ. de phys. 8.

[2] Siehe diese Ber., Bd. 92, Abth. II, 1885.

[3] Ein ganz ähnlicher ist der Wertheverlauf der Magnetisirungszahl bei Nickel und Kobalt.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

das magnetische Moment $^1/_3$ des erreichbaren Maximums angenommen hat und nimmt sodann stetig ab, für den bei der Sättigungsgrenze erreichten Maximalbetrag des magnetischen Moments von 1600 C. G. S. Einheiten mit dem Werthe 20 ungefähr schliessend.

Es ist somit k als Function des magnetischen Moments für das ganze Wertheintervall, das dieses durchlaufen kann, eindeutig [1] bestimmt, mit Ausschluss des Sättigungspunktes selbst, in dem k mit weiterer Steigerung der Magnetisirungskraft H unbegrenzt abnimmt, also als Function des Moments unbestimmt wird.

Hieraus resultirt für den in Folge der Veränderlichkeit der Magnetisirungszahl zu I a) hinzutretenden Zusatzposten Δ des Arbeitswerthes der nachstehende Wertheverlauf.

In jenem ersten Werthebereiche des magnetischen Moments, für welchen k zunehmende Werthe besitzt, ist Δ, wie unmittelbar ersichtlich, positiv, der Arbeitswerth W der magnetischen Polarisirung somit dem absoluten Betrage nach kleiner, als er es bei derselben magnetischen Anordnung, aber bei unveränderlicher Magnetisirungszahl wäre. Δ nimmt mit wachsenden Werthen von J zu, bis es sein Maximum für jenen Werth des magnetischen Moments annimmt, für welchen k ein Maximum ist. Wächst das magnetische Moment über diesen Werth hinaus, dann wird Δ abnehmen, endlich Null werden und für noch grössere Werthe des magnetischen Moments negativ werden, den Arbeitswerth der magnetischen Polarisation also dem absoluten Betrage nach vergrössern; namentlich wird letzteres für jenen Werthebereich des magnetischen Moments eintreten, wo dieses dem Maximum sich nähert. Bei weiterer Steigerung der Magnetisirungskraft H nach erreichter Sättigungsgrenze stellt den Wertheverlauf des Arbeitswerthes W von den oben aufgestellten Ausdrücken am vortheilhaftesten

$$W = -\int H_1 J_1 \cos(H_1 J_1)\, dv - \int \left\{ \frac{1}{2} J_1 \mathfrak{R}_1 \cos(J_1, \mathfrak{R}_1) - \int_0^{J_1} \frac{J dJ}{k} \right\} dv \quad \text{II } b)$$

dar, weil der zweite Posten nach Erreichung des Maximalwerthes von J_1 nur mehr als constante Grösse in Anschlag zu bringen ist.

[1] Es wäre dies nicht mehr der Fall, wenn das magnetische Moment nach Erreichung des Maximalwerthes bei weiterer Steigerung der Magnetisirungskraft zu kleineren Werthen zurückkehren würde. Diese von Maxwell (l. c., §. 844) discutirte Eventualität ist durch die bisherigen Experimentaluntersuchungen nicht bestätigt worden.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Sehr leicht ist der Wertheverlauf des Zusatzpostens

$$\Delta = \left[\int_0^{J_1} \frac{JdJ}{k} - \frac{J_1^2}{2k_1}\right]$$

an der Hand einer graphischen Darstellung zu übersehen, in welcher die Werthe der magnetischen Molecularkraft J/k als Function des magnetischen Moments J auf Grund der nachstehenden, von Ewing[1] für weiches Eisen festgestellten Tabelle verzeichnet sind.

J	k	$\frac{J}{k}$	J	k	$\frac{J}{k}$
4	29	0·013	673	245	2·75
10	30	0·33	702	244	2·88
16	38	0·421	764	242	3·15
24	41	0·59	842	235	3·58
33	47	0·7	926	220	4·21
62	63	1	1020	177	5·8
91	79	1·14	1050	163	6·45
140	108	1·4	1070	149	7·14
195	135	1·5	1110	129	8·54
280	177	1·58	1130	110	10·3
364	207	1·8	1150	97	11·89
468	232	2	1190	68	17·5
507	237	2·1	1195	51	23·44
549	241	2·3	1230	34	36·2
614	245	2·5			

In nachstehender Figur ist nämlich der erste Posten von Δ: $\int_0^{J_1} \frac{JdJ}{k}$ dargestellt als jener Flächeninhalt, der von dem J_1 entsprechenden Curvenstücke OM, der Ordinate in seinem Endpunkte und der Abscissenaxe begrenzt ist; $\frac{J_1^2}{2k_1}$ ist hingegen der Flächenraum, den der zum Punkte M gezogene Radiusvector, die Ordinate und die Abscissenaxe einschliessen. Δ als Differenz beider Grössen erscheint also als der Flächenraum, den das J_1 zugehörige Curvenstück mit dem zu seinem Endpunkte gezogenen

[1] Ewing, Phil. transact., vol. 176, p. 548.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Radiusvector begrenzt, positiv gerechnet, wenn derselbe oberhalb, negativ, wenn derselbe unterhalb des Radiusvectors gelegen ist. Nun hat die Curve J/k für jenen Werth von J, für den k ein Maximum ist, einen Inflexionspunkt; bis zu diesem Punkte verläuft sie convex und Δ ist positiv; wächst J weiter, vermindert sich dieser positive Werth, Δ geht durch Null und wird sehr bald negativ mit sehr rasch zunehmenden Beträgen, den absoluten Betrag des Arbeitswerthes W über denjenigen steigernd, der durch dieselbe magnetische Vertheilung bei unveränderlicher Magnetisirungszahl repräsentirt wäre.

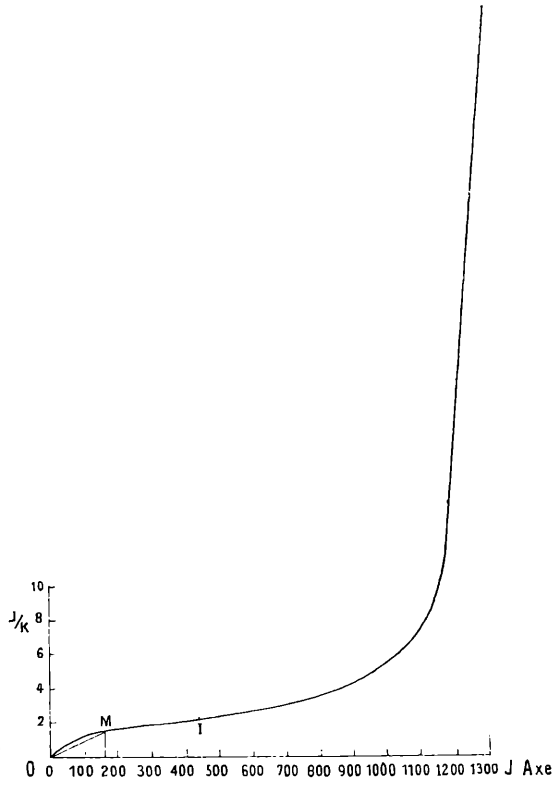

Fig. 1.

§. 5.

Unterwirft man ein Eisenstück einer Reihe langsam aufeinander folgender magnetisirender Kräfte, indem man diese mit einem gewissen Werthe H_1 beginnen, sodann bis zu Null abnehmen, weiters im entgegengesetzten Sinne bis $-H_1$ ansteigen und endlich wieder durch Null gehend zum Ausgangswerthe H_1 zurückkehren lässt, so gelingt es durch eine solche Aufeinanderfolge magnetischer Kraftwirkungen, das Eisen in den ersterlangten Zustand seiner Magnetisirung, J_1, zurückzuversetzen, mit demselben also einen vollständigen Kreisprocess zu vollführen.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Beobachtet man nun die Werthe, welche der inducirte Magnetismus J in jedem Augenblicke des geschilderten, sehr langsam sich vollziehenden, Processes annimmt, so ergibt sich, dass beim Abnehmen der magnetisirenden Kraft der einem bestimmten Betrage H derselben entsprechende Werth des zugehörigen magnetischen Moments J, wie in Folge einer Trägheitswirkung grösser ist als jener, der bei aufsteigendem Verlaufe der Magnetkraft demselben H zugeordnet ist. Diese von Warburg[1] zuerst eingehend untersuchte Erscheinung ist von Ewing[2] als statische Hysteresis bezeichnet worden.

Wie aus dem Ausdrucke II) des Arbeitswerthes unmittelbar ersichtlich ist, hat diese Hysteresis den Effect, dass, wenn das Eisen durch den eben beschriebenen Kreisprocess in denselben magnetischen Zustand — dieselben Werthe von J und H — zurückgebracht ist, ein Restbetrag von Energie verbleibt, gegeben durch das Kreisintegral

$$D = -\int J \cos(J, H)\, dH. \qquad \text{IV)}$$

D stellt also die bei Ausführung des Kreisprocesses dissipirte Energie dar, die als äquivalente Wärme zu Tage tritt.

Aus Gleichung III) des §. 2 ist unmittelbar zu ersehen, dass, sobald es um einen vollständigen Kreisprocess sich handelt,

$$-\int J \cos(J, H)\, dH = \int H \cos(J, H)\, dJ$$

ist; es können somit beide Ausdrücke in vollkommen gleichberechtigter Weise[3] zur Beschreibung magnetischer Kreisprocesse verwendet werden; aus dem zweiten dieser Ausdrücke ist jedoch mit grösster Deutlichkeit ersichtlich, dass für den Betrag dissipirter Energie alle Vorgänge, die seit Erreichung des Maximalmoments bis zum Sinken des magnetischen Moments unter den Sättigungswerth sich abspielen, gänzlich irrelevant sind.

---

[1] Siehe Warburg, Wied. Ann., 13, 1881 und 20, 1883.

[2] Siehe Ewing, Researches in Magnetism. phil. transact., 1885, t. 176, p. 549, 550.

[3] Siehe diesbezüglich Wassmuth, diese Ber., Bd. 94, Abth II, S. 290 und Warburg, diese Ber., Bd. 96, Abth. II, S. 1256—1257.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Ein dritter Ausdruck für den Betrag dissipirter Energie ergibt sich unter Zugrundelegung des Ausdruckes I) für den Arbeitswerth; aus ihm resultirt als Betrag der bei Ausführung eines vollständigen Kreisprocesses in je 1 cm^3 polarisirter Substanz dissipirten Energie

$$D = 2J_1^2\left[\int_0^1 \vartheta\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k'}\right) d\vartheta\right] \qquad \text{IV}\,b)$$

Hierin bezeichnet k den Werth, welchen das Verhältniss $\frac{J}{H}$ bei Aufsteigen, k' jenen, den dasselbe bei Absteigen der magnetisirenden Kraft H besitzt, beidemal in jenem Augenblicke, wo das magnetische Moment J denselben Bruchtheil ϑJ_1 des grössten bei Ausführung des Processes erreichten Werthes J_1 besitzt.

Aus dieser Formel ist ersichtlich, inwieferne Joule,[1] der die ersten Untersuchungen über die Erwärmung des Eisens beim Ummagnetisiren durchgeführt hat, zum Ausspruche berechtigt war, dass die bei diesen Processen entwickelte Wärmemenge dem Quadrate des erzielten magnetischen Moments proportional sei.

Aus den eben angeführten Formeln ist unmittelbar ersichtlich, dass auch für Substanzen unveränderlicher Magnetisirungszahl bei Ausführung eines Kreisprocesses eine Zerstreuung von Energie — und somit eine dieser äquivalente Erwärmung — auftreten könnte, wenn in Folge einer thatsächlichen Trägheitswirkung die Werthe des bei Anwendung einer bestimmten Magnetkraft H erzielten magnetischen Moments J einerseits bei Ansteigen der Magnetkraft hinter jenen Werthen zurückblieben, die ihnen durch die Gleichungen 1) des §. 1 zugewiesen sind, hingegen bei Absteigen der Magnetkraft auf grösseren als diesen Werthen verharrten.

Auf diese Ursache scheint die bei Diëlektricis beobachtete Erwärmung,[2] wenn sehr rasche Umkehrungen ihrer diëlektrischen Polarisation vorgenommen wurden, hinzuweisen.

---

[1] Joule, Phil. mag., 1843, t. 23.

[2] Siehe Wiedemann, Lehrb. der Elektricität, Bd. II, §. 60 und IV_2, S. 1271. — Naccari u. Bellati, Atti di Torino, 1882, t. 17.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Auch für die magnetische Polarisation wurde der Effect einer solchen thatsächlichen Trägheitswirkung von Hopkinson, Ewing[1] und Anderen für den Fall erwartet, dass man die Polwechsel in sehr rascher Aufeinanderfolge eintreten liesse, und gerade diese Vermuthung scheint Ewing geleitet zu haben, als er für die oben eingehend besprochene Eigenschaft des Eisens den Namen statische Hysteresis einführte. Neueste, direct nach dieser Hinsicht durch Tanakadaté[2] angestellte Versuche haben jedoch ergeben, dass bei Vornahme von 20—400 Polwechseln in der Secunde die Geschwindigkeit der Umkehrung der Polarisation ohne Einfluss sei auf den Betrag der bei je einer solchen dissipirten und als Wärme zu Tage tretenden Energie.

Zur Illustration der Beträge letzterer möchte ich nachstehend einige Zahlen anführen, die auf experimentelle Ergebnisse von Ewing und Tanakadaté sich gründen. Es ist bei ihrer Gewinnung angenommen, dass die bezüglichen Eisensorten sehr nahe an die Sättigungsgrenze magnetisirt worden und weiterhin, dass die für je 10.000 Ergs dissipirter Energie pro 1 cm^3 Eisen auftretende Wärmemenge die Temperatur desselben um 0·000284° C. erhöht. Dann ergibt sich, dass für je eine Doppelumkehrung der magnetischen Polarisation — wie sie beispielsweise für die einzelnen Theile des Eisenringes in einer Dynamomaschine bei je einer vollen Umdrehung stattfindet — der Betrag der durch die hiebei dissipirte Energie bewirkten Temperaturerhöhung

für sehr weiches Eisen	$0 \cdot 524 . 10^{-3}$° C.
Stahldraht	$1 \cdot 988 . 10^{-3}$
Pianoforte-Stahldraht	$3 \cdot 294 . 10^{-3}$
Wolframstahl	$5 \cdot 68 \quad 10^{-3}$

beträgt.

§. 6.

Der Arbeitswerth des remanenten Magnetismus ist aus dem Energieausdrucke

$$W = \int \left[-J_1 H_1 \cos (H_1 J_1) + \int_0^{J_1} H \cos (J, H)\, dJ \right] dv \qquad \text{II}b)$$

[1] Siehe Ewing, Phil. trans., 176, p. 554 und 569.

[2] Siehe Tanakadaté, Phil. mag., 1889, V. ser., t. 28, p. 217.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

mit Leichtigkeit zu erkennen. Es stellt nämlich II*b*) die Arbeit dar, die aufgewendet werden muss, die magnetischen Körper aus der Unendlichkeit an die bezügliche Feldstelle zu bringen und auf diese Weise die letzterer entsprechende magnetische Polarisation zu erlangen. Nehmen wir nun als einen extremen Fall den an, dass der Körper den Zustand der so erlangten Polarisation bei seiner Entfernung aus dem Magnetfelde unverändert behält — schreiben wir ihm also eine unendlich grosse Coërcitivkraft zu — so ist, da während des Entfernungsvorganges $dJ = 0$ sein soll, zur Entfernung in unendliche Distanz die Arbeit erforderlich

$$W = \int J_1 H_1 \cos(H_1 J_1)\, dv .$$

Es stellt daher

$$W_m = \int\int_0^{J_1} H \cos(J, H)\, dJ\, dv$$

den Arbeitswerth des remanenten Magnetismus dar, eine Grösse, die von einigen Autoren auch als Magnetisirungsarbeit bezeichnet worden ist. Wie aus Gleichung III) des §. 2 zu erkennen, ist dieser Ausdruck auch

$$W_m = -\frac{1}{2}\int \mathfrak{R}_1 J_1 \cos(\mathfrak{R}_1, J_1)\, dv + \int\int_0^{J_1} \frac{J_1 dJ_1}{k}\, dv ,$$

also in einer Form darstellbar, in der H, welches das specielle zur Erzeugung des Magneten verwendete Feld charakterisirt, eliminirt erscheint und nur Grössen, die auf ersteren selbst sich beziehen, wie z. B. die von seinen freien Magnetismen herrührende Kraft $\mathfrak{R}_1$ erscheinen.

Untersuchen wir nunmehr den reellen Fall, dass die magnetische Substanz von dem für ihre schliessliche Configuration sich ergebenden magnetischen Moment J_1 bei Entfernung aus dem Magnetfelde nur den Theilbetrag J_r festzuhalten vermag, dann ist bei der Einführung ins Magnetfeld die Arbeit zu leisten

$$W = \int \left\{ -J_1 H_1 \cos(J_1, H_1) + \int_0^{J_1} H \cos(J, H)\, dJ \right\} dv =$$

$$= \int \left\{ -J_1 H_1 \cos(J_1, H_1) + \int_0^{J_r} H \cos(H, J)\, dJ + \int_{J_r}^{J_1} H \cos(H, J)\, dJ \right\} dv .$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Anderseits ist zur Entfernung aus dem Magnetfelde bis in unendliche Distanz von diesem die Arbeit aufzuwenden

$$W' = \int \left\{ J_1 H_1 \cos(J_1, H_1) + \int_{J_1}^{J_r} H' \cos(J', H')\, dJ' \right\} dv,$$

wo die gestrichenen Buchstaben auf die bei absteigender Magnetisirung einander zugeordneten Werthe von J und H sich beziehen. Somit verbleibt ein Restbetrag von Energie

$$W_R = \int \left\{ \int_0^{J_r} H \cos(H, J)\, dJ + \right.$$
$$\left. + \left[\int_{J_r}^{J_1} H \cos(H, J)\, dJ + \int_{J_1}^{J_r} H' \cos(H', J')\, dJ \right] \right\} dv.$$

Der Ausdruck in der eckigen Klammer ist aber nichts anderes als $\int H \cos(J, H)\, dJ$ ausgedehnt über einen vollständigen, mit der Substanz ausgeführten Kreisprocess, welcher diese aus dem durch H_r und J_r charakterisirten magnetischen Zustande zuerst durch aufsteigende, sodann durch absteigende Magnetisirung zum Ausgangszustande zurückführt. Gemäss den Betrachtungen des §. 5 erscheint dieser Theil von W_R zur Gänze in Wärme verwandelt.

Der erste Posten von W_R

$$W_r = \int\int_0^{J_r} H \cos(H, J)\, dJ\, dv$$

stellt daher den in der magnetischen Substanz in Form ihres remanenten Magnetismus aufgespeicherten Arbeitsvorrath dar.

Nach den Gleichungen III) des §. 2 ist W_r auch in der Form darstellbar

$$W_r = -\frac{1}{2} \int J_r \mathfrak{R}_r \cos(J_r, \mathfrak{R}_r)\, dv + \int\int_0^{J_r} \frac{J\, dJ}{k}\, dv,$$

und in dieser Gestalt enthält W_r nur mehr auf die magnetisch polarisirte Substanz allein Bezug habende Grössen und kann als „innere Energie" derselben durch directe[1] Betrachtungen abgeleitet werden.

[1] Betti, Lehrb. der Potentialtheorie, deutsch von Mayer. Cap. III, §. 6.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Von den beiden Posten, in welche der Ausdruck W_r zerfällt, ist nur der erste mechanisch verwerthbare Energie, ein Arbeitsvorrath, der durch Polarisirung und mechanische Anziehung anderer magnetischer Substanzen Arbeit leisten kann; er ist wesentlich positiv, da die von den freien Magnetismen herrührende Kraft $\mathfrak{R}_r$ mit der Richtung des magnetischen Moments J_r stets einen stumpfen Winkel einschliesst, wesshalb Maxwell[1] sie auch als die demagnetisirende Kraft bezeichnet. Für Ringe und näherungsweise auch für im Verhältnisse zu ihrem Durchmesser sehr lange, in ihrer Längsaxe magnetisirte Drähte, verschwindet $\mathfrak{R}_r$ und damit dieser erste Posten des Arbeitsvorrathes W_r.

Anderseits wird für denselben Werth des remanenten magnetischen Moments, J_r, der mechanisch verwerthbare Theil des in demselben aufgespeicherten Arbeitsvorrathes umso grösser sein, je grösser $\mathfrak{R}_r$ ist; eine normal zu ihrer Oberfläche magnetisirte Scheibe[2] wird von dem in ihrer remanenten Magnetisirung enthaltenen Arbeitsvorrathe den grössten Bruchtheil in mechanisch verwerthbarer Form besitzen. Indess ist sehr wohl zu beachten, dass der Betrag des remanenten magnetischen Moments J_r wesentlich von der Grösse der Magnetkraft $\mathfrak{R}$ abhängt, insoferne, als diese den wesentlichsten Theil jener demagnetisirenden Kraft darstellt, welche nach Aufhören der Magnetkraft H_1 die durch diese erzeugte Polarisation J_1 zu zerstören[3] strebt.

Der zweite Posten im Ausdrucke von W_r, der im Wesentlichen die gegen die in J/k mitinbegriffenen Coërcitivkräfte geleistete Arbeit enthält, scheint sich bei Vernichtung des remanenten Magnetismus zur Gänze in Wärme umzusetzen, die, sei es im Magneten selbst, sei es in einem denselben umgebenden Stromkreise zu Tage tritt.

---

[1] Maxwell, Lehrb. d. Elektric., II. Bd., S. 85.

[2] Maxwell, l. c., S. 85.

[3] Es tritt dies überaus anschaulich in dem raschen Schwinden des remanenten Magnetismus beim Abreissen des Ankers eines Hufeisenmagnets zu Tage; hiebei wird nämlich das magnetische System aus einem geschlossenen, in welchem $\mathfrak{R} = 0$ ist, in ein offenes verwandelt, in dem $\mathfrak{R}$ durch die an den Trennungsflächen auftretenden freien Magnetismen zu endlichen Werthen gelangt.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

§. 7.

Die Betrachtungen, die uns im §. 2 zum Arbeitswerthe W als dem Betrage der mechanischen Arbeit führten, die aufgewendet werden muss, um die magnetisch polarisirbare Substanz aus unendlicher Distanz an die bezügliche Stelle des Magnetfeldes zu bringen, hatten zur stillschweigenden, aber wesentlichen Voraussetzung die, dass bei dieser Überführung die Temperatur des Systems nicht sich ändert; benützt war diese Voraussetzung insofern worden, als die Magnetisirungszahl k als lediglich vom magnetischen Moment J, nicht auch von der Temperatur abhängig angesehen wurde.

W stellt also die potentielle Energie des Systems „für alle in constant bleibender Temperatur sich vollziehenden Vorgänge" dar, ist also das, was Helmholtz[1] als die freie Energie des Systems bezeichnet. Unter Berücksichtigung der Abhängigkeit des k von der Temperatur kann man leicht vom Ausdrucke W zu dem der Totalenergie des U Systems gelangen. Es ist

$$W = U - TS, \tag{1}$$

wo T die absolute Temperatur, S den zugehörigen Werth der Entropie bezeichnet.

Über den Zusammenhang dieser Grössen untereinander gibt Helmholtz die folgenden allgemein giltigen Relationen an.

Lässt sich eine die Configuration des Systems eindeutig bestimmende Variable x — also eine Coordinate im allgemeinen Sinne — finden, derart, dass die das System nach derselben angreifende mechanische Kraft P darstellbar ist als

$$P = \frac{\partial W}{\partial x}, \tag{1a}$$

bezeichnet man mit dQ die dem System bei einer Änderung seines Zustandes zugeführte Wärmemenge, setzt also

$$dQ = X dx + Y dT \tag{2}$$

— die gleichzeitig eintretende Änderung der Entropie ist dann

[1] Siehe Helmholtz, Ges. Abhandl., II. Bd., S. 968, Zur Thermodynamik chemischer Vorgänge.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

bekanntlich $dS = \frac{dQ}{T}$ — dann sind alle diese Grössen aus der freien Energie W ableitbar mit Hilfe der allgemein giltigen Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} X &= -T\frac{\partial^2 W}{\partial x\, dT} \\ Y &= -T\frac{\partial^2 W}{\partial T^2} \\ S &= -\frac{\partial W}{\partial T} \\ U &= W - T\frac{\partial W}{\partial T} \end{aligned}\right\} \quad 3)$$

Für den vorliegenden Fall ist die Fundamentalbedingung erfüllt, wenn wir auf Grundlage eines Stefan'schen[1] Gedankenganges als die die Lage des Systems im Magnetfelde definirende Grösse x die magnetische Intensität an der bezüglichen Feldstelle, H_1 selbst, wählen. Denn da einerseits

$$W = -\int \left\{ \int_0^{H_1} J \cos(H, J)\, dH \right\} dv$$

ist, anderseits gemäss 4) des §. 1 die das System angreifende mechanische Kraft

$$P = -\int \{ J_1 \cos(J_1 H_1)\, dH_1 \}\, dv$$

ist, so ist in der That Bedingung 1 *a*) erfüllt,

$$P = \frac{\partial W}{dH_1}.$$

Hienach ergeben die Gleichungen 3) folgende Resultate: X, welches jene Wärmemenge bezeichnet, die dem Systeme von aussen her zugeführt werden muss, um bei seinen Bewegungen im Magnetfelde von Orten niederer zu solchen höherer Magnetkraft seine Temperatur constant zu erhalten, beträgt pro Volumeinheit

$$X = T\frac{\partial [J_1 \cos(J, H)]}{dT}$$

[1] Siehe Stefan, Über thermomagnetische Motoren, diese Berichte, Bd. 97, Abth. II. a., 1888, S. 74.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Y, welches den Betrag der Vermehrung der specifischen Wärme der Substanz in Folge ihrer magnetischen Polarisation angibt,

$$Y = -T\frac{\partial^2 W}{\partial T^2},$$

beide Formeln identisch mit den von Stefan[1] aufgestellten.

Die Entropie des magnetisch polarisirten Systems ist $S = -\frac{\partial W}{\partial T}$, und somit ergibt die letzte der Gleichungen 3) für die Totalenergie desselben den Ausdruck

$$U = W - T\frac{\partial W}{dT}$$
$$= -\int^{H_1} J\cos(J,H)\,dH + \int_0^{H_1} T\frac{\partial[J_1\cos(J,H)]}{\partial T}\,dH, \qquad V)$$

bezogen auf die Volumseinheit.

Die physikalische Bedeutung der Totalenergie U und ihre Beziehung zum Arbeitswerthe W legt die folgende Überlegung mit Leichtigkeit klar. Bezeichnet T die Temperatur der magnetischen Substanz, T_1 jene, bei welcher sie ihre Magnetisirbarkeit verliert, so ist

$$Q = \int_T^{T_1} Y\,dT = -\int_T^{T_1} T\frac{\partial^2 W}{\partial T^2}\,dT$$

jene Wärmemenge, die der Volumseinheit der Substanz zugeführt werden muss, um die magnetische Polarisation derselben zu vernichten.

Die Ausführung einer einfachen partiellen Integration ergibt weiterhin

$$Q = -\left[T\frac{\partial W}{\partial T}\right]_T^{T_1} + \int_T^{T_1}\frac{\partial W}{\partial T}\,dT$$
$$= W_{T_1} - T_1\frac{\partial W_T}{\partial T_1} - W_T + T\frac{\partial W_T}{\partial T} = U_{T_1} - U.$$

Es ist also die Totalenergie U bis auf eine Constante durch jene Wärmemenge gegeben, die zur Aufhebung der magnetischen Polarisation erforderlich ist.

[1] Siehe Stefan, l. c., S. 75.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Letztere zu bewerkstelligen haben wir demnach zwei Wege: Erstens den, die Substanz durch mechanische Arbeit aus dem Magnetfelde bis in unendliche Distanz von demselben zu schaffen; dazu ist, wenn die Temperatur hiebei constant erhalten wird, die mechanische Arbeit vom Betrage W erforderlich. Zweitens den, die Substanz auf jene Temperatur zu bringen, in der sie ihre Magnetisirbarkeit gänzlich einbüsst; dazu ist eine Wärmemenge nothwendig, deren Betrag im mechanischen Äquivalente U ist.

Der thermomagnetische Motor, wie er von Edison und Stefan construirt worden, basirt auf dem Grundgedanken, die Substanz durch Aufwendung der Wärme U aus dem Magnetfelde ohne Arbeitsaufwand herauszuschaffen und abgekühlt in dasselbe zurückkehren zu lassen, wobei sie die mechanische Arbeit W leistet.

Nach dem eben Gezeigten ist klar, dass hiebei der Energiebetrag

$$S_T - S_{T_1} = T_1 \left(\frac{\partial W}{\partial T}\right)_1 - T \frac{\partial W}{\partial T}$$

als Wärme verbleibt, also nicht in mechanische Arbeit verwandelbar ist. Dieser Betrag ist somit für den Nutzeffect des thermomagnetischen Motors entscheidend, und es ist klar, dass derselbe wesentlich von dem specifischen Verhalten der in Anwendung gebrachten Substanz abhängen wird.

Um ein Beispiel herauszugreifen, so ist für weiches Eisen jene absolute Temperatur, bei der es seine Magnetisirbarkeit verliert, eine sehr hohe, $T_1 = 1058°$ Überdies ist die Abnahme der Magnetisirbarkeit des Eisens gegen diese Temperatur hin eine rapide, sie drängt sich nach Hopkinson[1] zum grössten Theile in ein Temperaturintervall von etwa 15° zusammen, wodurch $\left(\frac{\partial W}{\partial T}\right)_1$ einen sehr hohen Betrag besitzt.

Somit wäre für Eisen $T_1 \left(\frac{\partial W}{\partial T}\right)_1$ ausserordentlich gross und dementsprechend der Nutzeffect eines Eisen verwendenden thermomagnetischen Motors nur sehr klein zu erwarten.

---

[1] Proc. roy. soc. of London, 1890.

©Akademie der Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Anderseits hat Hopkinson in jüngster Zeit (21) verschiedene Nickel-Eisenlegirungen auf die Abhängigkeit ihrer Magnetisirbarkeit von der Temperatur untersucht und eine so ungemeine Mannigfaltigkeit ihres diesbezüglichen Verhaltens gefunden, dass die Eruirung einer Substanz, die beim thermomagnetischen Motor verwendet, diesem einen hohen Nutzeffect gibt, als sehr wahrscheinlich erscheint.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1891

Band/Volume: 100_2a

Autor(en)/Author(s): Adler Gottlieb

Artikel/Article: Über den magnetischen Arbeitswerth von Substanzen veränderlicher Magnetisirungszahl, insbesondere von Eisen. 469-492