©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Schwingungsvorgang in complicirten Erregern Hertz'scher Wellen

Dr. **Josef** Ritter v. **Geitler.**

Aus dem physikalischen Institute der k. k. deutschen Universität in Prag.

(Mit 5 Textfiguren.)

1. Die von E. Sarasin und L. de la Rive[1] zuerst beschriebene und mit dem Namen der multiplen Resonanz bezeichnete Erscheinung besteht bekanntlich darin, dass die mit Hilfe des Resonators gemessene Länge elektrischer Wellen lediglich von den Dimensionen des Resonators abhängt und sich mit diesen ändert, dagegen von den Dimensionen des Erregers in sehr weiten Grenzen unabhängig ist. Die genannten Physiker glaubten ihre Versuche in der Weise deuten zu müssen, dass dem gewöhnlichen Hertz'schen Primärkreis nicht eine bestimmte Periode zukomme, dass derselbe vielmehr ein ganzes Spectrum von Wellenlängen aussende und dass dem Resonator nur die Rolle zufalle, aus der Menge der ausgesendeten Schwingungen jene herauszugreifen, welche seiner eigenen Schwingungsdauer entsprechen. Diese den hergebrachten Anschauungen über den Schwingungsvorgang bei Condensatorentladungen widersprechenden Folgerungen gaben zu einem eingehenden Studium dieser Frage Veranlassung. Der nach den diesbezüglichen Arbeiten von Bjerknes,[2] Poincaré,[3]

---

[1] Sarasin et de la Rive, Arch. des scienc. phys. et natur., 23, p. 113, 1890.

[2] V. Bjerknes, Wied. Ann., 44, S. 74, 92, 513; 1891. — 54, S. 58, 1895.

[3] H. Poincaré, Electricité et Optique, II., Paris, 1891, p. 249.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Hertz,[1] Garbasso und Aschkinass[2] allein berechtigte Standpunkt dürfte wohl derjenige sein, von welchem aus man den Schwingungsvorgang im Hertz'schen Erreger sozusagen einheitlich als gedämpfte Sinusschwingung auffasst, zu deren Zerlegung in ihre Fourier'schen Bestandtheile uns die experimentellen Mittel in Gestalt der Resonatoren zu Gebote stehen.[3] Mit dem Ausdrucke Periode eines gewissen Erregers wird man demnach einen ganz bestimmten Sinn verbinden können, wenn man darunter die Periode des ungedämpft schwingenden Erregers verstehen will. Man kann dann behaupten, dass der gewöhnliche Hertz'sche Erreger, solange er sich in genügender Entfernung von störenden Objecten, insbesondere schwingungsfähigen Systemen befindet, eine und nur eine Periode besitze.

2. Bei diesem Stande der Dinge schien es mir nicht ohne Interesse zu sein, solche Erreger Hertz'scher Wellen herzustellen und den in denselben stattfindenden Schwingungsvorgang zu untersuchen, von welchen man voraussetzen konnte, dass ihnen mehr als nur eine Periode zukomme. Die für diesen Zweck endgiltig gewählte Form des Erregers ist aus Fig. 1 zu ersehen. Die nähere Beschreibung folgt weiter unten. Jede andere ähnlich combinirte Form würde natürlich ähnliche Dienste leisten.

Um den Schwingungsvorgang eines solchen complicirten Kreises zu untersuchen, stehen dieselben beiden Wege offen, welche von V Bjerknes[4] beim einfachen Kreise betreten worden sind. Entweder kann man die Wellen an sehr langen Drähten fortleiten und mit Hilfe ihrer mechanischen Wirkungen die Vertheilung der Intensität beobachten, welche in dem am Ende der Leitung sich ausbildenden Gebiete stehender Wellen stattfindet: Die Form der Intensitätscurve würde unmittelbar den Verlauf der Schwingung im primären Kreise wiedergeben —

[1] Die Darlegung von H. Hertz ist in dem Anmerkung 3 auf voriger Seite citirten Werke von Poincaré, S. 250 ff., mitgetheilt.

[2] A. Garbasso und E. Aschkinass, Wied. Ann., 53, S. 534, 1894.

[3] Vergl. von Lommel, Wied. Ann., 3, S. 251 ff., 1877. — G. Jaumann, diese Sitzungsberichte, CIII, Abth. II. a, Mai 1894 oder Wied. Ann., 53, S. 832, 1894. — A. Garbasso, Accad. delle Scienze di Torino, vol. XXX, 16. December 1894.

[4] V. Bjerknes, l. c.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

oder man kann die Oscillationen des Erregers durch Anwendung von Resonatoren analysiren: auf diesem Wege erhält man unmittelbar die Wellenlängen, sowie auch das Perioden- und Amplitudenverhältniss der dem Kreise zukommenden Schwingungen. Die ursprüngliche Absicht ging dahin, beide Methoden gleichzeitig anzuwenden. Es wäre dann möglich gewesen, die Resultate beider Methoden mit einander zu vergleichen und aneinander zu controliren. Aus Gründen, welche ich vielleicht

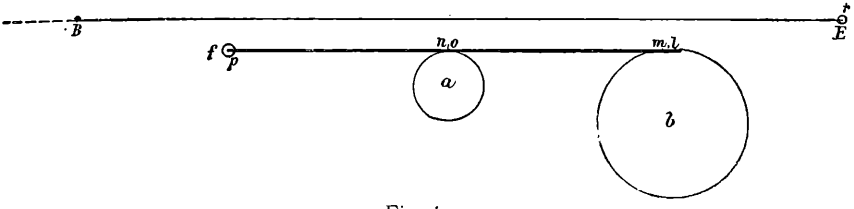

Fig. 1 *a*.

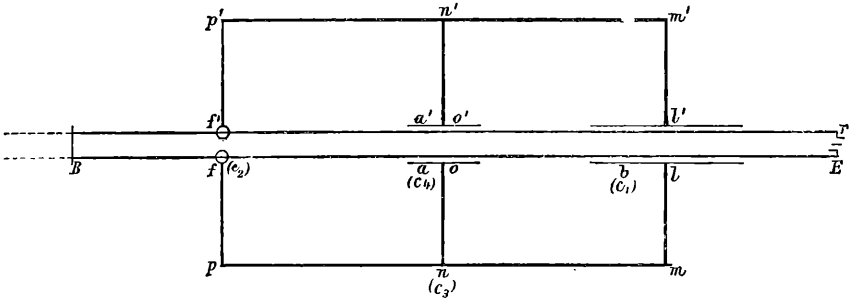

Fig. 1 *b*.

später ausführlicher darzulegen hoffe, wurde schliesslich nur die Resonatormethode angewendet. Einer der Gründe, weshalb ich von der ersteren Methode abging, war die auch von mir bemerkte Thatsache, auf welche P Lebedew[1] aufmerksam macht; ein zweiter, eine störende Erscheinung, welche mir im Verlaufe der Versuche entgegentrat, über welche ich jedoch noch nicht das genügende Beobachtungsmaterial besitze, um an dieser Stelle näher auf dieselbe eingehen zu können.

3. Die Versuchsanordnung ist in Fig. 1 angedeutet. Der Erreger bestand aus zwei Condensatoren (kreisrunde Zink-

---

P. Lebedew, Wied. Ann., S. 628, Fig. 7, 1894.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

platten aa', bb'), welche durch die 2 *mm* starken Kupferdrähte $lmpf$ und $bnpf$ (beziehungsweise $l'm'p'f'$ und $b'n'p'f'$) mit der von zwei Messingkugeln (Radius = 2 *cm*) gebildeten, gemeinsamen Funkenstrecke ff' in Verbindung standen. Von den Kugeln führten dünne Verbindungsdrähte zu den Polen eines grossen Ruhmkorff'schen Inductoriums mit Quecksilberunterbrecher, welches durch drei Bunsenelemente getrieben wurde. Das Inductorium konnte vom Platze des Beobachters aus mit Hilfe eines Schnurlaufes in und ausser Gang gesetzt werden. Der Erreger war auf einem Holzgerüst derart montirt, dass behufs Änderung der Capacität die Platten aa', bb' einander genähert oder durch Platten von anderen Dimensionen ersetzt werden konnten. Der Draht mp, beziehungsweise $m'p'$ war, um die bei Veränderung der Capacität nothwendigen kleinen Deformationen zu gestatten, nicht ganz straff gespannt. Durch Wegnahme des Theiles $nmlbn'm'l'b'$ oder $noan'o'a'$ konnten auch einfache Hertz'sche Erreger nach Blondlot'schem[1] Muster hergestellt werden. Es waren die Längen der Drähte bei den weiter unten mitgetheilten Versuchen:

$$lm = no = pf = l'm' = n'o' = p'f' = 28\ cm$$
$$mn = np = m'n' = n'p' = 58\ cm$$

Die Angaben über Radius und Distanz der Platten aa', bb' finden sich in der Beschreibung der Versuche. Der Resonator bestand aus zwei 1 *mm* starken, in der gegenseitigen Entfernung von 3 *cm* gehaltenen Kupferdrähten, welche centrisch-symmetrisch in einer Höhe von 7 *cm* über dem Erreger ausgespannt waren. Bei E waren die Enden der Drähte mit den Platten eines kleinen Elektrometers verbunden. Die Einrichtung desselben ist aus der Fig. 2 ersichtlich. An dem feinen, circa 0·5 *cm* langen Quarzfaden q hängt das Spiegelchen s. Dieses ist mit dem rechteckigen Aluminiumblättchen n durch ein 8 *cm* langes Glasstäbchen starr verbunden. Die Messingplatten 1, 2 (Radius = 1 *cm*) sind an der Innenseite der die Vor- und Rückwand des Gehäuses bildenden Glas-

---

R. Blondlot, Compt. rend., 114, p. 283, 1892 oder Graetz' Revue, I, p. 308, 1892.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

platten in der normalen Distanz von 1 *cm* derart angekittet, dass ihre inneren Ränder von der Symmetrieebene des Elektrometers tangirt werden. Die kurzen Stiele *t* der Platten treten durch die Glaswände ins Freie. An den Stielen sind ganz kurze Stücke *r* aus sehr dünnem Messingband und an diesen wieder ganz kurze amalgamirte Kupferdrähte angelöthet, welche in die kleinen Quecksilbernäpfe (*xx*) eintauchen; in diese Näpfe tauchen auch die Enden der Resonatordrähte ein. Diese Anordnung ist getroffen, um das wegen seiner grossen Empfindlichkeit gegen mechanische Erschütterungen auf einem isolirten Pfeiler aufgestellte Elektrometer vor den Erzitterungen zu bewahren, welche dasselbe ohne Zwischenschaltung der Stücke *r* beim Laufen des Inductoriums u. s. w. erleiden würde. Die Ablesung der Elektrometerausschläge geschah mit Hilfe eines 2 *m* vom Elektrometer aufgestellten Scalenfernrohres. Das Elektrometer, welches seinen Nullpunkt in Folge der vorzüglichen Eigenschaften der Quarzfadensuspension in sehr befriedigender Weise constant erhielt, wurde mit einer Zink-Kupfer-Wasser-Batterie von 40 Elementen geaicht. Die Empfindlichkeit des Instrumentes für kleine Kräfte war leider gering. Aus naheliegenden Gründen empfahl es sich jedoch, ein Elektrometer von kleiner Capacität und Schwingungsdauer zu wählen, wodurch die Empfindlichkeit naturgemäss heruntergedrückt wurde. Mit Hilfe der Brücke *B* konnte dem Resonator jede beliebige Länge, respective Schwingungsdauer ertheilt werden. Die Stellung der Brücke wurde an einer Theilung abgelesen, welche parallel dem Resonator von *E* ausgehend gespannt war.

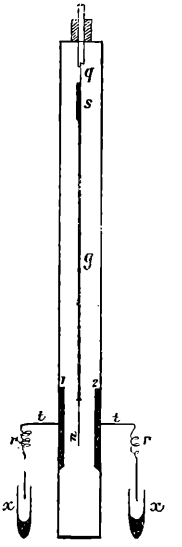

Fig. 2.

4. Die Beobachtungen wurden in der folgenden Weise ausgeführt: Für eine bestimmte Configuration des Erregers wurde durch allmäliges Verschieben der Brücke *B* die Länge des Resonators verändert. Bei jeder neuen Lage der Brücke wurde das Inductorium in Gang gesetzt und der erste Aus-

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

schlag des Elektrometers abgelesen. Auf diese Weise konnte festgestellt werden, bei welchen Lagen der Brücke Resonanz eintrat; auch war es leicht, die Form der Resonanzcurve zu ermitteln. Bei der Kleinheit der Elektrometercapacität und der geringen Distanz der Resonatordrähte wird wohl kaum etwas dagegen einzuwenden sein, wenn in erster Annäherung die Länge rB (Fig. 1) gleich der Viertelwellenlänge der dem betreffenden Resonator entsprechenden Schwingung gesetzt wird.[1] Dies wird im Weiteren geschehen. Die einigermassen exacte Feststellung des Intensitätsverhältnisses zweier Punkte derselben, oder der Maxima zweier verschiedener Resonanzcurven war, wegen der Unregelmässigkeit der Primärfunken, nur durch Ausführung einer sehr grossen Zahl abwechselnder Einzelbeobachtungen zu erreichen. Bei dem Grade der Empfindlichkeit, welchen das Elektrometer hatte, war ausserhalb der Gebiete der Resonanz kein Ausschlag vorhanden.

5. Die Ergebnisse einiger Versuche sind in den folgenden Tabellen und Figuren dargestellt. Es bedeuten darin:

R_a den Radius der Condensatorplatten aa' in Centimetern,
R_b den Radius der Condensatorplatten bb' in Centimetern,
δ_a die Distanz der Condensatorplatten aa' in Centimetern,
δ_b die Distanz der Condensatorplatten bb' in Centimetern,
$\lambda/4$ die Länge rB (Fig. 1), für welche Resonanz eintrat, in Metern.

Aus Tabelle I und Fig. 3 ist ersichtlich, dass bei der gewählten Aufstellung den verschiedenen einfachen Kreisen, durch deren Combination die zu untersuchenden complicirten Erreger gebildet wurden, in dem eingangs definirten Sinne eine und nur eine bestimmte Periode zukommt.

---

[1] Vergl. P. Drude, Wied. Ann., 53, S. 728, 729; 1894.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Tabelle I.

	λ/4			
$\delta =$	8	6	4	3
$R_a = 5$			1·5	1·625
$R_a = 10$	2·0	2·2	2·525	2·85
$R_a = 15$	2·65	2·95	3·5	4·05
$R_a = 20$	3·35	3·75	4·45	5·1
$R_b = 5$	1·9	2·0	2·15	2·3
$R_b = 10$	2·7	2·9	3·3	3·7
$R_b = 15$	3·5	3·9	4·55	5·1
$R_b = 20$	4·3	4·8	5·7	6·55

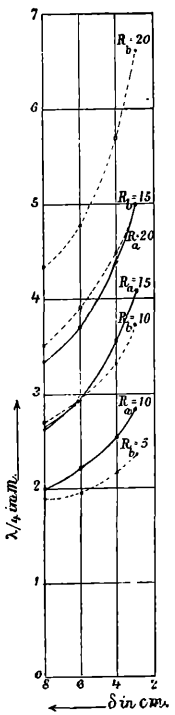

Fig. 3.

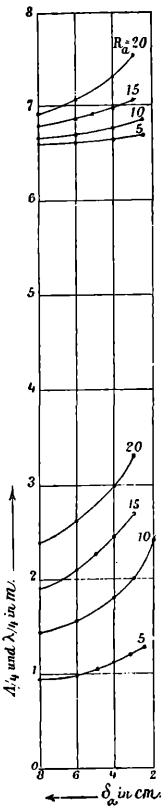

Fig. 4.

In Tabelle II und Fig. 4 sind verschiedene Versuche mit complicirten Erregern zusammengestellt. Bei allen diesen hier mitgetheilten Versuchen war der Condensator bb' unverändert, und zwar hatte er die Bestimmungsstücke $R_b = 20$, $\delta_b = 3$. In dieser Tabelle bedeuten $\Lambda/4$ und $\lambda/4$ die Resonatorlängen rB, bei welchen Resonanz eintrat, in Metern.

Tabelle II.

$\delta_a =$	8		6		5		4		3		2	
R_a	λ/4	Λ/4	λ/4	Λ/4	λ/4	Λ/4	λ/4	Λ/4	λ/4	Λ/4	λ/4	Λ/4
5	0·935	6·62	0·985	6·635	1·01	6·655	1·09	6·67	1·19	6·675	1·42	6·7
10			1·52	6·72	1·61	6·73	1·74	6·775	1·94	6·81	2·38	6·98
15	1·9	6·82	2·09	6·86	2·22	6·92	2·42	6·98	2·705	7·12		
20	2·35	6·95	2·6	7·08			3·01	7·3	3·34	7·57		

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

In Tabelle III ist das Verhältniss Λ/λ angegeben:

Tabelle III.

$\delta_a =$	8	6	5	4	3	2
R_a	Λ/λ	Λ	Λ/λ	Λ/λ	Λ/λ	Λ/λ
	7·08	6·74	6·59	6·12	5·61	4·72
10		4·42	4·18	3·89	3·51	2·93
15	3·59	3·28	3·12	2·89	2·69	
20	2·96			2·43	2 27	

Aus diesen Tabellen folgt, dass für jede der in denselben verzeichneten Combinationen zwei Resonanzmaxima mit den vorhandenen Mitteln nachweisbar waren. Es erregt daher jede dieser (und ebenso eine grosse Zahl anderer, von mir untersuchter ähnlicher) Combinationen zwei und höchstwahrscheinlich nicht mehr als zwei gedämpfte Schwingungen verschiedener Periode. Was die Grösse der Perioden anbetrifft, so lässt sich der Satz aussprechen, dass die kürzere Periode des combinirten Kreises kleiner sei als die Periode des (elektrisch) kleineren, die längere hingegen grösser als diejenige des (elektrisch) grösseren einfachen Kreises, durch deren Zusammensetzung man den combinirten Kreis gebildet denken kann.

6. Was die Amplituden der dem combinirten Kreise zukommenden beiden Schwingungen anlangt, so fand ich, dass dieselben für jede bestimmte Combination in einem innerhalb der Beobachtungsfehler constanten Verhältnisse zu einander stehen. In der Fig. 5 ist das Verhältniss Λ/λ als Abscisse, das Verhältniss a/A als Ordinate verzeichnet. a und A bedeuten die Amplituden der kürzeren, beziehungsweise der längeren Schwingung der combinirten Kreise. Die Bestimmung des Amplitudenverhältnisses geschah in der S. 174 angedeuteten Weise; für jeden der beiden mittleren Ausschläge, welche den beiden Resonanzmaximis entsprachen, wurde bei jeder Combination nach der Empfindlichkeitscurve des Elektrometers die

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Anzahl der Elemente bestimmt, welche denselben Ausschlag hervorgerufen hätte, und das Verhältniss der Elementenzahlen als Amplitudenverhältniss angesehen. Die Curve, welche das Amplitudenverhältniss als Function des Periodenverhältnisses darstellt, weist ein ausgesprochenes Maximum in der Nähe von $\Lambda/\lambda = 3$ auf. Es hat daselbst den Werth 0·34. Die Curve scheint noch ein zweites, weniger scharfes Maximum bei $\Lambda/\lambda = 6$ zu besitzen. Jenseits von $\Lambda/\lambda = 7 \cdot 08$ und $\Lambda/\lambda = 2 \cdot 27$ war es mir nicht möglich, bei den verschiedenen daraufhin untersuchten Kreisen das der kleineren Schwingung zugehörige Maximum nachzuweisen, obwohl an seinem Vorhandensein zu zweifeln ein Grund nicht vorliegt. Es dürfte dies nur eine Folge der oben erwähnten unzureichenden Empfindlichkeit meines Elektrometers gewesen sein. Über den Verlauf der Curve Fig. 5 jenseits der hier angegebenen Grenzen wüsste ich daher nichts auszusagen, was den Werth von mehr als einer blossen Vermuthung beanspruchen dürfte.

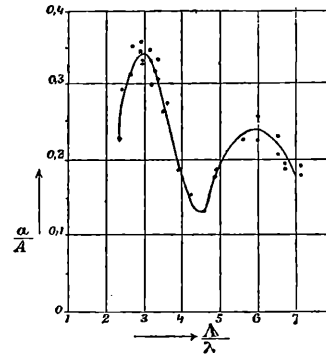

Fig.

7 Kurz zusammengefasst ist also das Ergebniss der vorliegenden Versuche das folgende:

Erreger Hertz'scher Schwingungen von der in Fig. 1 angegebenen Gestalt erzeugen im Allgemeinen zwei simultane Schwingungen, deren Amplitudenverhältniss für jeden bestimmten Erreger ein bestimmtes ist; doch könnte dasselbe von der Erregungsart abhängen. Die numerischen Werthe der Perioden der den combinirten Kreis bildenden einfachen Hertz'schen Erreger liegen zwischen denjenigen der Simultanschwingungen des entsprechenden combinirten Kreises.

8. Die Ergebnisse der beschriebenen Versuche stehen in guter Übereinstimmung mit der Theorie. Man kann dieselbe unter Zugrundelegung der Kirchhoff'schen Annahmen

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

ganz allgemein für ein beliebig complicirtes System aufstellen.[1]

Es sollen n punktförmige Capacitäten $c_1, c_2, \ldots c_n$, welche auf die Potentiale $V_1, V_2, \quad V_n$ geladen sind, in allen möglichen Combinationen zu je zweien durch capacitätsfreie und widerstandslose Drähte verbunden werden. Bedeutet J_{ik} die Stromstärke in dem die Capacitäten c_i und c_k verbindenden Drahte, von c_i nach c_k gezählt, so gelten zunächst die n Gleichungen:

$$-c_i \frac{dV_i}{dt} = J_{i1} + J_{i2} + \ldots + J_{in} \qquad (i = 1, 2, \ldots n)$$

Hierin ist $J_{ik} = -J_{ki}$, mithin $J_{ii} = 0$.

Sind die Drähte so angeordnet, dass ihre gegenseitige Induction vernachlässigt werden kann und bedeutet $L_{ik} = L_{ki}$ den Selbstinductionscoëfficienten des die Capacitäten c_i und c_k verbindenden Drahtes, so gelten ferner die $^1/_2\, n\,(n-1)$ Gleichungen:

$$L_{ik} \frac{dJ_{ik}}{dt} = V_i - V_k \qquad (i = 1, 2, \ldots n;\ k = 1, 2, \ldots n).$$

Aus diesen Gleichungen folgt nach Elimination der J_{ik} das System von n simultanen Gleichungen für die Potentiale V_i:

$$c_i \frac{d^2 V_i}{dt^2} = V_1 N_{i1} + V_2 N_{i2} + \ldots + V_i N_{ii} + \ldots + V_n N_{in} \qquad 1)$$

Hierin ist N_{ik} für $\frac{1}{L_{ik}}$ gesetzt, und zur Definition der N_{ii} dient die Gleichung:

$$\sum_{i=1}^{i=n} N_{ik} = 0. \qquad 2)$$

Ein Integral der Gleichungen 1) ist jedenfalls:

$$V_i = A_i \sin xt, \qquad 3)$$

---

[1] Ich bin Herrn Prof. G. Jaumann sehr zu Dank verpflichtet, welcher mir diese von ihm gelegentlich für andere Zwecke angestellte Rechnung zur Verfügung stellte.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

wo $x = \frac{2\pi}{T}$ gesetzt wird und A_i die Amplitude, T die Dauer der Schwingung, t die Zeit bedeutet. In Verbindung mit Gleichung 1) ergibt dies die folgenden Bedingungen für die Constanten der Schwingung:

$$
\begin{aligned}
0 &= (N_{11} + c_1 x^2) \,.\, A_1 + N_{12} A_2 \quad + \quad . + N_{1n} A_n \\
0 &= \quad N_{21} \,.\, A_1 + (N_{22} + c_2 x^2) A_2 + \quad + N_{2n} A_n \\
\\
0 &= \quad N_{n1} \,.\, A_1 + N_{n2} A_2 \quad + \quad .. + (N_{nn} + c_n x^2) A_n
\end{aligned}
$$

Wegen der Homogeneität dieser n Gleichungen in den A_i verschwindet die Determinante der Coëfficienten dieser Grössen. Zur Bestimmung der x^2, beziehungsweise der T erhält man somit die Gleichung:

$$
\begin{vmatrix}
(N_{11} + c_1 x^2), & N_{12}, & N_{13}, & N_{1n} \\
N_{21}, & (N_{22} + c_2 x^2), & N_{23}, & N_{2n} \\
 & & & \\
N_{n1}, & N_{n2}, & N_{n3}, & (N_{nn} + c_n x^2)
\end{vmatrix} = 0 \qquad 4)
$$

Mit Rücksicht auf Gleichung 2) lässt sich Gleichung 4) in die Form bringen:

$$
\begin{vmatrix}
c_1, & N_{12}, & N_{13}, & N_{1n} \\
c_2, & (N_{22} + c_2 x^2), & N_{23}, & N_{2n} \\
 & & & \\
c_n, & N_{n2}, & N_{n3}, & .(N_{nn} + c_n x^2)
\end{vmatrix} = 0 \qquad 5)
$$

Ein System von n Capacitäten vermag also mit höchstens $n-1$ durch Gleichung 4) oder Gleichung 5) definirten Schwingungsdauern zu schwingen.

Auf eine Anordnung dieser allgemeinen Form lässt sich jedes System zurückführen. Falls zwischen zwei Capacitäten c_i und c_k kein directer Verbindungsdraht vorhanden ist, so ist $N_{ik} = 0$ zu setzen. An solchen Verzweigungspunkten der

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Drähte, an welchen keine Capacität angebracht ist, ist die Capacität $c_i = 0$ einzuführen. Wenn zwei symmetrische Systeme durch einen Draht symmetrisch verbunden sind, so kann man in der Mitte dieses Drahtes eine unendlich grosse Capacität anbringen und dann auch die eine Hälfte des Systems fortlassen; die Schwingungsdauern des neuen Systems sind dieselben wie jene der symmetrisch verbundenen symmetrischen Systeme.

9. Auf den bei den obigen Experimenten vorliegenden Fall[1] angewendet, ergibt sich zur Berechnung der Schwingungen (vergl. Fig. 1) die Determinante:

$$\begin{vmatrix} (N_{11}+c_1x^2), & 0, & N_{13}, & 0 \\ 0, & (N_{22}+c_2x^2), & N_{23}, & 0 \\ N_{13}, & N_{23}, & N_{33}, & N_{34} \\ 0, & 0, & N_{34}, & (N_{44}+c_4x^2) \end{vmatrix} = 0$$

Da der Erreger um die Funkenstrecke ff' symmetrisch ist, so hat man bei ff' eine Capacität $c_2 = \infty$ zu setzen und die eine Hälfte des Systems fortzudenken.

Es ergibt sich:

$$x^2 = \frac{(L_{13}+L_{23})c_1+(L_{23}+L_{34})c_4}{2(L_{13}L_{23}+L_{13}L_{34}+L_{23}L_{34})c_1c_4} \pm$$
$$\pm\sqrt{\left[\frac{(L_{13}+L_{23})c_1+(L_{23}+L_{34})c_4}{2(L_{13}L_{23}+L_{13}L_{34}+L_{23}L_{34})c_1c_4}\right]^2 - \frac{1}{(L_{13}L_{23}+L_{13}L_{34}+L_{23}L_{34})c_1c_4}} \qquad 6)$$

In Tabelle IV sind die aus Gleichung 6) sich ergebenden Viertelwellenlängen für einige der oben untersuchten Combinationen zusammengestellt und aus Tabelle II die entsprechenden beobachteten Werthe in Klammern beigefügt. Die Selbstinductionscoëfficienten L_{13}, L_{23}, L_{34} sind nach der für geradlinige Drähte geltenden Formel

---

[1] Dieselbe Rechnung lässt sich auf die Versuche von A. J. v. Oettingen, Wied. Ann., 34, S. 570, 1888 anwenden. Die dortige Versuchsanordnung bildet, von einer gewissen Unsymmetrie abgesehen, einen speciellen Fall der in Fig. 1 skizzirten Aufstellung, wenn man in letzterer die im Weiteren mit l_{23} bezeichnete Länge gleich Null macht, so dass $n(n')$ mit $f(f')$ zusammenfällt. Dann ergibt die Theorie den Grenzfall, dass die Schwingungen des complicirten Kreises gleich sind jenen der beiden Einzelkreise. Dies aber ist die Oettingen'sche Voraussetzung.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

$$L_{ik} = 2 l_{ik} \left[\log \text{nat.} \frac{4 l_{ik}}{d} - 0 \cdot 75 \right] \qquad 7)$$

berechnet, worin l_{ik} die Länge, d den Durchmesser des die Capacitäten c_i und c_k verbindenden Drahtes in Centimetern bedeutet. Die Capacitäten c_1 und c_4 berechnen sich nach der Formel

$$c_i = \frac{1}{2} \; \frac{R_i^2}{4 \delta_i} \; \frac{1}{9 . 10^{20}}, \qquad 8)$$

wenn R_i den Radius, δ_i die Distanz der die Capacität c_i bildenden Platten in Centimetern ausdrückt.

Tabelle IV

δ_a	8		6		5		4		3	
R_a	$\lambda/4$	$\Lambda/4$	$\lambda/4$	$\Lambda/4$	$\lambda/4$	$\Lambda/4$	$\lambda/4$	$\Lambda/4$	$\lambda/4$	$\Lambda/4$
10			1·33 (1·52)	6·25 (6·72)					1·85 (1·94)	6·37 (6·81)
20	2·22 (2·35)	6·55 (6·95)					2·97 (3·01)	6·87 (7·3)	3·29 (3·34)	7·16 (7·57)

Die vorhandenen Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werthen erklären sich wohl ungezwungen einerseits aus den Vernachlässigungen, welche in den Voraussetzungen der mitgetheilten Theorie gemacht wurden (Annahme capacitätsloser Drähte und inductionsfreier Condensatoren), anderseits aus den Ungenauigkeiten, welche der Berechnung der L_{ik} und c_i nach Formel 7) und 8) von Natur aus anhaften.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1895

Band/Volume: 104_2a

Autor(en)/Author(s): Geitler Josef Ritter v.

Artikel/Article: Schwingungsvorgang in complicirten Erregern Hertz'scher Wellen. 169-181