ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Vorträge.

Bahnnähen zwischen den periodischen Gestirnen des Sonnensystemes.

Von dem w. M. **Karl v. Littrow.**

Die Frage, ob irgend Planeten oder Kometen sich einander in solchem Masse nähern könnten, dass aussergewöhnliche wechselweise Wirkungen entstehen müssten, hat sehr an Interesse gewonnen, seit die Chancen für ihre Bejahung mit der raschen Zunahme der Bevölkerung dieses Systems durch entschieden bleibende Bewohner so sehr gestiegen sind. Daher kommt es denn auch dass Versuche, klare und umfassende Anschauungen dieser Verhältnisse zu gewinnen, in unseren Tagen immer häufiger werden, während ähnliche Arbeiten in früheren Zeiten selten oder nur durch besondere Veranlassungen entstanden. Ein specieller Fall der Aufgabe, die uns hier beschäftigen wird, lenkte schon früh die Aufmerksamkeit der Astronomen auf sich und verbreitete sogar von Zeit zu Zeit in weiteren Kreisen eine gewisse Aufregung; die Möglichkeit des Zusammentreffens von Kometen mit der Erde trat mit allen ihren eingebildeten Schrecknissen an die Stelle der abergläubischen Befürchtungen, mit denen man früher diese Himmelskörper betrachtete, sobald man erkannt hatte, dass sie zwar gesetzmässig, aber nach allen Richtungen um die Sonne kreisen, und das ganze den Planeten angewiesene Gebiet durchschweifen.

Olbers hat uns die Geschichte der älteren Forschungen dieser Art in einer schönen Abhandlung [1]) gegeben, die im Jahre 1828 von neuem abgedruckt wurde, als der Zufall, dass die Bahn des Biela'schen Kometen sich mit der Erdbahn kreuzt, den Gegenstand wieder zur Sprache brachte. Zu Ende des vorigen Jahrhunderts und kurz nachdem man am Halley'schen Kometen das erste Beispiel des Eintreffens der voraus bezeichneten Wiederkehr eines solchen Gestirnes erlebt hatte, behandelten diesen speciellen Fall fast gleich-

---

[1]) Über die Möglichkeit, dass ein Komet mit der Erde zusammenstossen könne. Zach's monatl. Corresp. Bd. XXII, p. 409 und Astron. Nachr. Bd. VI, p. 165.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

zeitig Prosperin [1]), Lalande [2]) und Du Séjour [3]). Olbers lieferte vierzig Jahre später a. a. O. wichtige Beiträge dazu. Ceres und Pallas [4]) gaben 1802 die erste Gelegenheit die Zusammenkunft zweier Planeten zu untersuchen und im Jahre 1832 wies mein Vater an den Kometen von Encke und Biela [5]) das erste Beispiel einer gegenseitigen Annäherung von Gestirnen dieser Art nach. Ebenso kamen einzelne Anwendungen dieser Aufgabe bei Merkur und dem Encke'schen Kometen, bei dem Kometen von 1770 und Jupiter vor, bis endlich in der neuesten Zeit die überraschende Häufung der sogenannten Asteroiden [6]) zwischen Mars und Jupiter zu umfangrei-

---

[1]) De inveniendis punctis proximis parabolae et circuli, circa eundem focum descriptorum. Upsaliae 1773. — Der k. schwed. Akademie d. Wissensch. Abhandlungen aus der Naturlehre etc. auf das Jahr 1775. Übersetzt von A. G. Kästner, Bd. XXXVII, p. 189. — Der k. schwed. Akademie d. Wissensch. neue Abhandlungen aus der Naturlehre etc. für das Jahr 1785. Übersetzt von A. G. Kästner und J. D. Brandis, Bd. VI, p. 256.

[2]) Recherches sur les comètes qui peuvent approcher de la Terre. Paris 1773.

[3]) Essai sur les comètes en général et particulièrement sur celles qui peuvent approcher de la Terre. Paris 1775.

[4]) Zach's Monatl. Corresp. Bd. VI, p. 87 und Bd. XXVI, p. 298.

[5]) Baumgartner, Zeitschrift für Physik. Bd. I, p. 41.

[6]) Ich wähle von den vielen unpassenden Sammelnamen, die diese Planeten führen, den Ausdruck „Asteroiden", weil er noch der gewöhnlichste und eben nicht unzweckmässiger als andere ist. Die Scheu, welche jeder Fachmann vor Änderungen von Nomenklaturen hat, wird von mir vollkommen getheilt; da aber einerseits das Bedürfniss nach einer guten Collectivbezeichnung dieser Himmelskörper jetzt immer häufiger wird, und andererseits sich noch keine solche Benennung wirklich festgesetzt hat, so glaube ich hier einen neuen Vorschlag wagen zu dürfen. Die bisher gangbaren Namen leiden meiner Meinung nach hauptsächlich an einem Übelstande: sie nehmen alle keine Rücksicht auf das einzige jenen Planeten zukommende unveränderliche Kriterium der Stellung zwischen Mars und Jupiter, und setzen an dessen Stelle oft ganz unstatthafte Beziehungen. So werden diese Himmelskörper „Asteroiden" genannt — ein Name, den sie überdies mit Meteoren theilen — als wären sie keine eigentlichen Gestirne, sondern nur ähnliche Dinge; soll dies Wort aber bedeuten, dass sie im Gegensatze zu anderen Planeten Fixsternen ähnlich sehen, so haben schon Uranus und Neptun einen Unterschied nahezu aufgehoben, der ebenso gut von vielen Kometen gilt. Aus gleichem Grunde, nur in noch höherem Masse, kann man der Bezeichnung „Planetoiden" keine Berechtigung zusprechen. Der Ausdruck „Coplaneten" legt zu grosses Gewicht auf räumliche Nähe, ist zu wenig euphonisch und grammatisch mangelhaft. Der Name „Gruppenplaneten," an sich vielleicht noch der beste, fügt sich nicht in fremde Sprachen. Die Benennung „kleine Planeten" endlich kann kaum als wirkliche Bezeichnung betrachtet werden. Wie wäre es also, wenn wir jene Gestirne Zenaëiden (von Ζεύς, Ζηνός und Ἄρης) nennen wollten? Dieser Name scheint mir allen billigen Anforderungen zu genügen. Mythologische Bedenken gegen die an ein Patronymicum erinnernde Endung wären wohl zu weit getrieben.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

cheren Bearbeitungen dieser Frage führte. Nachdem Gould[1]) unter den zuerst bekannt gewordenen neun Himmelskörpern dieser Gattung die Nachbarpunkte aufgesucht, bearbeitete D'Arrest[2]) in gleicher Weise dreizehn Asteroidenbahnen.

Seitdem wurde die Zahl dieser kleinen Planeten verdoppelt; überdies hatten sich in den letzten Jahren die Kometen mit entschieden elliptischer Bahn von vier auf zehn vermehrt. Ich hielt es daher für angemessen, eine neue, Planeten und Kometen umfassende Untersuchung dieses Gegenstandes vorzunehmen, deren erste Resultate ich hier mittheile. Um nicht zu viele Unsicherheiten durch noch unvollkommene Elemente einzuführen, glaubte ich einstweilen mich auf die bis Ende des Jahres 1852 bekannten Himmelskörper beschränken zu sollen.

Ein allgemeiner Überblick des Ganzen liess sofort erkennen, dass Saturn, Uranus und Neptun in dieser Beziehung nichts Bemerkenswerthes boten; es ergaben sich daher folgende 38 hier zu beachtende Bahnen:

D'Arrest . . 32.	Halley . . 38.	Olbers . . 36.
Astraea . . 18.	Hebe . . . 11.	Pallas . . . 24.
Biela . . . 33.	Hygiea . . 27.	Parthenope . 15.
Brorsen . . 31.	Irene . . . 19.	Psyche . . 26.
Calliope . . 25.	Iris . . . . 9.	Thalia . . . 21.
Ceres . . . 23.	Juno . . . 22.	Thetis . . . 16.
Egeria . . 17.	Jupiter . . 28.	Venus . . . 2.
Encke . . . 29.	Lutetia . . 14.	Vesta . . . 8.
Erde . . . 3.	Mars . . . 4.	de Vico 1844 30.
Eunomia . . 20.	Massalia . . 13.	de Vico 1846 37.
Faye . . . 34.	Melpomene . 6.	Victoria . . 7.
Flora . . . 5.	Merkur . . 1.	Westphal . 35.
Fortuna . . 12.	Metis . . . 10.	

Die beigeschriebenen Numern werden weiter unten ihre Erklärung und Anwendung finden.

Da für das Verständniss des hier Vorzutragenden die Kenntniss der unsere Aufgabe in aller Strenge lösenden Ausdrücke erfordert wird, so will ich mit der Zusammenstellung dieser genauen Formeln beginnen, und dabei absichtlich, zum Unterschiede von Du Séjour's Behandlung, die excentrischen Anomalien brauchen.

---

[1]) Untersuchungen über die gegenseitige Lage der Bahnen der zwischen Mars und Jupiter sich bewegenden Planeten. Göttingen 1848. Astr. Nachr. Bd. XXVII, p. 289.

[2]) Über das System der kleinen Planeten zwischen Mars und Jupiter. Leipzig 1851.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Nennt man x, y, z die rechtwinkeligen heliocentrischen Coordinaten eines Punktes der Bahn I, die Ebene der xy in dieser Bahn, die Axe der x in der Knotenlinie von I in II gedacht, so hat man, wenn r den Radius Vector, u das Argument der Breite des Gestirnes I, U den analogen Winkel für den gemeinschaftlichen Durchschnitt beider Bahnen, in der Ebene I gezählt, bezeichnet

$$\begin{aligned} x &= r \cos (u - U) \\ y &= r \sin (u - U) \\ z &= 0 \end{aligned}$$

und ebenso für den Himmelskörper II, wenn N die Neigung der Bahn II gegen I bedeutet,

$$\begin{aligned} x_1 &= r_1 \cos (u_1 - U_1) \\ y_1 &= r_1 \sin (u_1 - U_1) \cos N \\ z_1 &= r_1 \sin (u_1 - U_1) \sin N \end{aligned}$$

somit die gegenseitige Distanz Δ je zweier Punkte der Bahnen I und II

$$\begin{aligned} \Delta^2 &= (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 \\ &= r^2 + r_1{}^2 - 2rr_1 \cos \psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1) \end{aligned}$$

wo

$$\begin{aligned} \cos \psi &= \cos (u - U) \cos (u_1 - U_1) + \\ &+ \sin (u - U) \sin (u_1 - U_1) \cos N \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2) \end{aligned}$$

und die Grössen U, U_1 und N gefunden werden durch

$$\left.\begin{aligned} \sin \frac{N}{2} \sin \frac{U + U_1}{2} &= \sin \frac{k_1 - k}{2} \sin \frac{n_1 + n}{2} \\ \sin \frac{N}{2} \cos \frac{U + U_1}{2} &= \cos \frac{k_1 - k}{2} \sin \frac{n_1 - n}{2} \\ \cos \frac{N}{2} \sin \frac{U - U_1}{2} &= \sin \frac{k_1 - k}{2} \cos \frac{n_1 + n}{2} \\ \cos \frac{N}{2} \cos \frac{U - U_1}{2} &= \cos \frac{k_1 - k}{2} \cos \frac{n_1 - n}{2} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wenn man unter k die Länge des aufsteigenden Knoten, unter n die Neigung der Bahnen gegen die Ekliptik versteht.

Um nun die hier in Betracht kommenden Werthe von u und u_1 zu erfahren, wollen wir zuerst die Gleichung (1) entwickeln, und statt dieser Argumente der Breite die wahren Anomalien v einführen. Heisst ω die Distanz des Perihels vom aufsteigenden Knoten in der

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Ekliptik, und ist Ω der analoge Winkel in Bezug auf den gemeinschaftlichen Durchschnitt beider Bahnen, so hat man

$$\Omega = \omega - U;\ \Omega_1 = \omega_1 - U_1 \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

oder

$$u - U = v + \Omega;\ u_1 - U_1 = v_1 + \Omega_1$$

folglich auch

$$\begin{aligned}\Delta^2 = r^2 + r_1{}^2 &- 2\,A\,rr_1 \cos v \cos v_1 \\ &+ 2\,A'rr_1 \cos v \sin v_1 \\ &+ 2\,A''rr_1 \sin v \cos v_1 \\ &- 2\,A'''rr_1 \sin v \sin v_1\end{aligned}$$

wenn gesetzt wird

$$\left.\begin{aligned} A &= \cos\Omega \cos\Omega_1 + \sin\Omega \sin\Omega_1 \cos N \\ A' &= \cos\Omega \sin\Omega_1 - \sin\Omega \cos\Omega_1 \cos N \\ A'' &= \sin\Omega \cos\Omega_1 - \cos\Omega \sin\Omega_1 \cos N \\ A''' &= \sin\Omega \sin\Omega_1 + \cos\Omega \cos\Omega_1 \cos N \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Drückt man ferner vermöge der bekannten Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} r &= a\,(1 - \varepsilon \cos e) \\ r_1 &= a_1\,(1 - \varepsilon_1 \cos e_1) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

$$\begin{aligned} r \sin v &= a\,(1 - \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}} \sin e \\ r_1 \sin v_1 &= a_1\,(1 - \varepsilon_1{}^2)^{\frac{1}{2}} \sin e_1 \\ r \cos v &= a\,(\cos e - \varepsilon) \\ r_1 \cos v_1 &= a_1\,(\cos e_1 - \varepsilon_1) \end{aligned}$$

die Radien Vectoren und wahren Anomalien durch die halben grossen Axen a, die Excentricitäten ε und die excentrischen Anomalien e aus, so wird

$$\begin{aligned}\Delta^2 = a^2(1 - \varepsilon \cos e)^2 &+ a_1{}^2(1 - \varepsilon_1 \cos e_1)^2 \\ &- 2aa_1 A\,(\cos e - \varepsilon)\,(\cos e_1 - \varepsilon_1) \\ &+ 2aa\sqrt{1 - \varepsilon_1{}^2}\,A'\,(\cos e - \varepsilon) \sin e_1 \\ &+ 2aa_1\sqrt{1 - \varepsilon^2}\,A''\,(\cos e_1 - \varepsilon_1) \sin e \\ &- 2aa_1\sqrt{1 - \varepsilon^2}\sqrt{1 - \varepsilon_1{}^2}\,A''' \sin e \sin e_1\end{aligned}$$

und hier erscheinen nur mehr die Variablen Δ, e und e_1. Soll nun Δ ein Minimum werden, so geht der letzte Ausdruck, da e und e_1 von einander unabhängig sind, in folgende Gleichungen über:

$$\left.\begin{aligned} o &= \alpha \sin(e + B) - a^2\varepsilon^2 \sin 2e + \alpha' \sin(e + B') \cos e_1 \\ &\qquad + \alpha'' \sin(e + B'') \sin e_1 \\ o &= \beta \sin(e_1 + C) - a_1{}^2\varepsilon_1{}^2 \sin 2e_1 + \beta' \sin(e_1 + C') \cos e \\ &\qquad + \beta'' \sin(e_1 + C'') \sin e \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (7)$$

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

wenn Kürze halber gesetzt wird

$$\left.\begin{array}{ll}
2a^2\varepsilon - 2aa_1\,\varepsilon_1\,A & = \alpha\,\cos B \\
-2aa_1\,\sqrt{1-\varepsilon^2}\,\varepsilon_1\,A'' & = \alpha\,\sin B \\
2aa_1\,A & = \alpha'\cos B' = \beta'\cos C' \\
2aa_1\,\sqrt{1-\varepsilon^2}\,A'' & = \alpha'\sin B' \\
-2aa_1\,\sqrt{1-\varepsilon_1^2}\,A' & = \alpha''\cos B'' \\
-2aa_1\,\sqrt{1-\varepsilon^2}\sqrt{1-\varepsilon_1^2}\,A''' & = \alpha''\sin B'' = \beta''\sin C'' \\
2a_1^2\,e_1 - 2aa_1\,\varepsilon\,A & = \beta\,\cos C \\
-2aa_1\,\sqrt{1-\varepsilon_1^2}\,\varepsilon\,A'' & = \beta\,\sin C \\
2aa_1\,\sqrt{1-\varepsilon_1^2}\,A'' & = \beta'\sin C'' \\
-2aa_1\,\sqrt{1-\varepsilon^2}\,A' & = \beta''\cos C'
\end{array}\right\} \quad . \; . \; (8)$$

Die den Grössen e und e_1 entsprechenden Werthe von u und u_1 endlich findet man aus den Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l}
tg.\,\frac{v}{2} = tg.\,\frac{e}{2}\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}} \\
tg.\,\frac{v_1}{2} = tg.\,\frac{e_1}{2}\sqrt{\frac{1+\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1}} \\
u = v + \omega \\
u_1 = v_1 + \omega_1
\end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (9)$$

Die Ausdrücke (1) bis (9) geben die vollständige Lösung unseres Problems. Der bei der Rechnung zu befolgende Gang wäre folgender: man hätte zuerst aus den Gleichungen (3) die Grössen U, U_1 und N, dann aus (4), (5) und (8) die Hülfsgrössen A, A', A'', A'''; B, B', B''; C, C', C''; α, α', α''; β, β', β'' zu bestimmen, hierauf aus (7) die der kürzesten Distanz entsprechenden excentrischen Anomalien e und e_1 zu suchen, diese mittelst (9) in die Argumente der Breite u und u_1 zu verwandeln, dann durch (2) den Winkel ψ zwischen beiden Radien Vectoren, so wie aus (6) diese Leitstrahlen selbst zu finden, endlich mit (1) die kürzeste Distanz Δ abzuleiten. Ich enthalte mich aller weiteren, an sich noch nöthigen Andeutungen über Zählweisen, über die Auflösung der Gleichungen (7) etc. aus Gründen, die im Folgenden erhellen werden, und mich auch von weiteren Versuchen, obiges Verfahren abzukürzen, fern hielten. Ich will hier nur beispielweise eine solche Erleichterung, die sich mir zufällig bot, anführen.

Hat man einen und denselben Himmelskörper mit mehreren anderen zu combiniren, so gewährt es einigen Vortheil, wenn man bei

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Aufstellung der ersten obigen Gleichungen von einem Coordinaten-Systeme ausgeht, in welchem die Ebene xy in der Ekliptik, die Axe der x in der Frühlingsnachtgleichenlinie liegt. Man überzeugt sich dann, dass die Grössen A, A', A'', A''' sich unter die Form

$$\begin{aligned} A &= \mathfrak{A}\,\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}'\mathfrak{A}_1' + \mathfrak{A}''\mathfrak{A}_1'' \\ A' &= \mathfrak{A}\,\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{A}'\mathfrak{B}_1' + \mathfrak{A}''\mathfrak{B}_1'' \\ A'' &= \mathfrak{A}_1\,\mathfrak{B} + \mathfrak{A}'_1\,\mathfrak{B}' + \mathfrak{A}_1''\mathfrak{B}'' \\ A''' &= \mathfrak{B}\,\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}'\mathfrak{B}_1' + \mathfrak{B}''\mathfrak{B}_1'' \end{aligned}$$

bringen lassen, wenn man setzt

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} &= \cos\omega \sin k + \sin\omega \cos k \cos n \\ \mathfrak{A}' &= \cos\omega \cos k - \sin\omega \sin k \cos n \\ \mathfrak{A}'' &= \sin\omega \sin n \\ \mathfrak{B} &= -\sin\omega \sin k + \cos\omega \cos k \cos n \\ \mathfrak{B}' &= -\sin\omega \cos k - \cos\omega \sin k \cos n \\ \mathfrak{B}'' &= \cos\omega \sin n \end{aligned}$$

und dieselben Grössen mit unteren Strichen für den zweiten Himmelskörper versteht, welche allein bei jeder Combination mit einem gewissen Gestirne, dem die Hülfsgrössen $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}'$, $\mathfrak{A}''$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{B}'$, $\mathfrak{B}''$ zugehören, sich ändern.

Das Vorhergehende zeigt, wie äusserst verwickelt die praktische Durchführung der hier gestellten Aufgabe sich im Allgemeinen gestaltet, wenn man völlig streng verfahren und nur durch Rechnung zum Ziele gelangen will. Es wurde denn auch das vorliegende Problem auf diesem Wege bisher immer nur unter abkürzenden Annahmen gelöst. So setzten Prosperin und Du Séjour, die überhaupt nur parabolische Kometen mit der Erde zu combiniren hatten, die Bahn der letzteren als kreisförmig voraus, wodurch der schwierigste Theil der Aufgabe, die Auflösung der Gleichungen (7), sich sehr vereinfacht, da dann nur ein, an sich weit kürzerer Ausdruck mit einer Unbekannten übrig bleibt [1]); alle späteren Bearbeiter dieses Problems aber nehmen an, dass die kürzeste Distanz zweier Bahnen in der gemeinschaftlichen Knotenlinie liege und somit der sehr leicht zu fin-

---

[1]) Prosperin sagt zwar Band XXXVII, p. 198, der schwed. Abhandlungen, dass er bei einigen Kometen auf die Excentricität der Erdbahn Rücksicht genommen; wie dies aber geschehen, ist dort nicht ersichtlich; die ursprüngliche Abhandlung, deren Titel übrigens ebenso wenig hoffen lässt, habe ich nicht aufgefunden.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

denden Differenz der dann zusammenfallenden Radien Vectoren gleich komme. Die erste Supposition fällt hier, wo es sich eben um Combination von Ellipsen handelt, von selbst weg; die zweite Annahme konnte ganz wohl zu einer ersten genäherten Kenntniss, aber durchaus nicht zu irgend genauerer Untersuchung der zu erforschenden Verhältnisse dienen. Dieselbe findet, streng genommen, nur bei concentrischen Kreisen statt und muss in unserem Falle, wo Ellipsen von verschiedener Excentricität und Orientirung bei geringer gegenseitiger Neigung nicht ihren Mittel- sondern einen ihrer Brennpunkte gemein haben, nothwendig oft zu irrigen Resultaten führen. Andererseits ist nicht zu leugnen, dass man, besonders bei der geringen Aussicht auf wichtige Ergebnisse, die nach den bisherigen Erfolgen solcher Untersuchungen vorhanden war, allen Grund hatte, sich vor zu weitläufigen Vorarbeiten zu hüten. In der That, wollte man z. B. bei den 38 Himmelskörpern, welche hier in Betracht gezogen wurden, die Punkte grösster Näherung durch Rechnung aufsuchen, so gäbe es nicht weniger als 703 verschiedene Combinationen zu bilden. Fallen von dieser Zahl gleich hundert und einige Verbindungen aus, da die älteren Planeten mit den Asteroiden nicht combinirt zu werden brauchen, so bleibt doch immer noch eine so riesige Arbeit über, dass an eine genaue Lösung des Problems von vornherein und im Allgemeinen allerdings nicht gedacht werden kann.

Es schien mir daher am Platze, vorerst auf plastischem oder graphischem Wege eine Sichtung derjenigen Combinationen vorzunehmen, welche eigentlich zu beachten sind. Zu diesem Behufe liess ich zunächst ein Planetarium im Massstabe von 2 Wiener Zoll = Mittl. Entfernung der Sonne von der Erde anfertigen, wobei mir der Zufall sehr zu Statten kam an Herrn Gustav Starke, der sich an der Sternwarte eben mit astronomischen Studien befasste, einen völlig geübten und zugleich theoretisch ausgebildeten Mechaniker zum Hülfsarbeiter zu haben. Das so ausgeführte Modell stellt die oben aufgeführten 38 Bahnen in Dräthen dar, die zum Theile unter einander, zum Theile auf einem alle Bahnen umschliessenden Reife befestigt sind, auf dem die einzelnen Grade der heliocentrischen Länge verzeichnet stehen. Von den Kometen, deren Aphelien weit über Jupiter hinaus liegen, wurden nur die allenfalls hier noch interessanten Bahnstücke aufgenommen. Die einzelnen Bahnen sind durch verschiedene Farbenzeichen kenntlich gemacht, so dass man, trotz des

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

wirklich überraschenden Gewirres von Linien, das sich dem Auge bietet, jede Bahn ihrem ganzen Laufe nach leicht verfolgen kann. Die Elemente, welche für die Construction des Modelles dienten, waren die folgenden:

Nr.	Planeten.	a	ε	ω	k	n	Anmerkungen.
1	Merkur	0·387	0 206	28°34'	46°32'	7° 0'	
2	Venus	0·723	0·007	54 5	75 16	3 24	Länge des Perihels =100°22'
3	Erde	1·000	0·017	.	. .	. .	
4	Mars	1·524	0·093	284 57	48 20	1 51	
5	Flora.....	2·202	0.157	282 42	110 18	5 53	
6	Melpomene ..	2·295	0·217	225 15	150 0	10 9	
7	Victoria	2·335	0·218	66 26	235 27	8 23	
8	Vesta	2·361	0·090	147 23	103 23	7 8	
9	Iris	2·385	0·232	142 4	259 15	5 28	
10	Metis.....	2·386	0·123	3 11	68 30	5 36	
11	Hebe	2·425	0·202	236 42	138 32	14 47	
12	Fortuna	2·442	0·158	179 21	211 24	1 32	
13	Massalia	2·449	0·175	247 24	207 9	0 40	
14	Lutetia	2·451	0·145	250 50	80 26	3 6	
15	Parthenope..	2·457	0·101	191 19	124 58	4 37	
16	Thetis.....	2·484	0·131	133 14	125 19	5 36	
17	Egeria.....	2·577	0·085	76 18	43 19	16 33	
18	Astraea	2·577	0·189	354 15	141 28	5 19	
19	Irene.....	2·584	0·168	86 49	91 54	9 7	
20	Eunomia....	2·643	0·188	93 59	293 55	11 44	
21	Thalia	2·650	0·244	55 20	67 55	10 13	
22	Juno	2·671	0·255	243 30	170 54	13 3	
23	Ceres	2·768	0·077	66 56	80 50	10 37	
24	Pallas	2·773	0·240	308 38	172 44	34 38	
25	Calliope	2·909	0·104	350 45	66 37	13 45	
26	Psyche	2·933	0·131	220 51	150 37	3 4	
27	Hygiea	3·151	0·101	300 24	287 38	3 47	
28	Jupiter	5·203	0·048	273 1	98 54	1 19	
	Kometen.						
29	Encke	2·216	0·847	183 25	334 20	13 8	
30	De Vico 1844	3·103	0·618	278 42	63 49	2 55	
31	Brorsen.....	3·150	0.794	13 49	102 40	30 55	
32	D'Arrest	3·462	0·661	174 33	148 27	13 56	
33	Biela	3·502	0·755	223 9	245 57	12 34	
34	Faye	3·812	0·556	200 5	209 29	11 23	
35	Westphal ...	15·043	0·917	57 6	346 10	40 53	
36	Olbers.....	17·634	0·931	65 33	83 29	44 30	
37	De Vico 1846	17·871	0·963	12 53	77 34	85 7	
38	Halley	17·988	0·967	110 38	55 10	17 45	Retrograd

Für die Kometen D'Arrest und de Vico 1846 sind wegen der Anordnung nach mittleren Entfernungen von der Sonne hier genauere Elemente aufgeführt, als ich deren bei diesen Vorarbeiten besass, indess werden die Resultate dadurch nicht wesentlich berührt, da in jenem Falle die Excentricität fast ungeändert blieb, in diesem die grosse Neigung auch starken Änderungen der übrigen Elemente alle Bedeutung nimmt.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Das Ergebniss einer genauen Durchsicht dieses Modelles war, dass von den ursprünglich nöthigen 703 Combinationen nur etwa 200 Geltung hatten, wenn man die von D'Arrest betrachtete Grenze 0.1 der mittleren Entfernung der Sonne von der Erde für die noch in Betracht zu ziehenden gegenseitigen Annäherungen der Bahnen beibehielt.

War schon diese Verminderung der durchzuführenden Arbeit um etwa zwei Dritttheile ein bedeutender Gewinn, und gewährte gleich das Planetarium auch in anderer Beziehung merkwürdige Übersichten, so zeigte sich doch zugleich, dass man sich mit den daraus allein abgeleiteten Folgerungen für die hier angestrebten Zwecke nicht zufrieden stellen konnte. Die Dicke der Dräthe, so wie die Schwierigkeit des Einfügens der Bahnen in ganz richtiger Lage bewirkten in dieser Hinsicht zu grosse Unsicherheiten. Immer aber schien mir dieses erste Resultat eine Aufmunterung, den einmal eingeschlagenen Weg weiter zu verfolgen.

Ich versuchte nun durch Zeichnung mich der Wahrheit mehr zu nähern. Da es sich noch immer um Auffindung der nöthigen Combinationen überhaupt handelte, so musste eine Zeichnungsart eingeführt werden, welche das Zusammenstellen je zweier Bahnen ermöglichte, ohne etwa jede einzelne Combination selbst zu zeichnen. Ich ging desshalb bei diesem Theile der Untersuchung von der Betrachtung aus, dass ein wirklicher, physischer Durchschnitt zweier Curven sich von einem blos scheinbaren, optischen Kreuzpunkte dadurch unterscheidet, dass jener von allen Seiten sich als Durchschnitt zeigt, während dieser nur in gewissen Richtungen sich als solcher darstellt. Was aber in aller Strenge von dem eigentlichen Knotenpunkte gilt, darf annähernd auch von jeder Zusammenkunft zweier Krummen angenommen werden, und es wird im Allgemeinen genügen, zwei Bahnen, von denen man zu erfahren wünscht, ob sie sich gegenseitig irgend bedeutend nahe kommen, in zwei auf einander senkrechten Richtungen zu betrachten; liegen sich die Curven bei einer und derselben Gegend in beiden Richtungen nahe, so hat eine wirkliche Zusammenkunft Statt. Zu diesem Behufe wurden unter meiner Leitung von Herrn Bazant, einem tüchtigen Zeichner, sämmtliche hier in Frage kommende Bahnen im Massstabe des erwähnten Planetariums und mit den obigen Elementen auf die Ekliptik und auf den Breitenkreis der Äquinoctien projicirt, wobei man zunächst jede einzelne Bahn auf einem besonderen Blatte in beiden Ansichten darstellte. Um nun die

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Bahnen nach Belieben combiniren zu können, wurde zuerst versucht, sämmtliche Special-Zeichnungen auf ein einziges Blatt zu übertragen. Für die ekliptischen Projectionen hatte solche Zusammenstellung keine Schwierigkeit; man konnte durch Unterscheidung mit verschiedenen Farbenzeichen immer noch jede einzelne Bahn gehörig hervorheben. Hingegen zeigte sich bald, dass die Äquinoctial-Projectionen sich viel zu nahe auf einen verhältnissmässig sehr engen Raum zusammendrängen, so dass man dieselben kaum mehr einzeln deutlich zu erkennen im Stande war, selbst wenn man, wie es hier geschah, die beiden Flächen des Breitenkreises 0°—180° getrennt behandelte, und auf die eine Seite der ekliptischen Projectionen nur diejenigen Theile der Äquinoctial-Projectionen zeichnete, welche auf die dem Zeichen des Krebses zugewendete Fläche jenes Breitenkreises fielen, ebenso auf die andere Seite nur die gegen den Steinbock hin liegenden Linien brachte. Um solchem Übelstande zu begegnen, wurden diese Äquinoctial-Projectionen einzeln auf durchsichtiges Papier copirt und auf dem Reissbrette der Generalkarte neben den ekliptischen Projectionen Klemmen angebracht, mittelst deren man zwei einzelne jener durchsichtigen Äquinoctialkarten über, aber sonst unabhängig von einander, nachdem sie gegen die ekliptische Projection gehörig orientirt sind, befestigen kann. Eine Reiss-Schiene, die stets senkrecht auf die Linie 0°—180° der Länge in der ekliptischen Projection sich auf und abschieben lässt, gibt das Mittel, um mit Leichtigkeit je zwei zusammengehörige Punkte der beiden Projectionen zu erkennen. Auf den durchsichtigen Blättern sind überdies die dies- und jenseits der Nachtgleichenlinie fallenden Theile der Zeichnung unterschieden, so dass man nun mit Leichtigkeit für zwei bestimmte Bahnen, deren Linien man in der ekliptischen Projection aufgesucht, und deren Äquinoctialkarten man über einander aufgespannt hat, alle Näherungspunkte, welche sich in einer Projection zeigen, in der anderen prüfen kann; nur wenn die auf jenen Punkt angelegte Reiss-Schiene auch in der anderen Projection auf eine Gegend trifft, wo die beiden Bahnen nicht zu weit aus einander liegen, wird man eine wirkliche Zusammenkunft annehmen dürfen. Ich bin übrigens eben daran, das Verfahren dadurch noch bequemer zu machen, dass ich für jede Bahn die ekliptische sowohl, als die Äquinoctial-Projection auf ein und dasselbe durchsichtige Blatt übertragen lasse, wodurch der Vortheil erreicht würde, in beiden Beziehungen, und nicht wie jetzt, blos für

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

die Äquinoctial-Projection, nur zwei Bahnen in jedem besonderen Falle vor sich zu haben. Zugleich wäre damit das mit der Zeit und bei fernerer Zunahme der Anzahl von hier zu betrachtenden Himmelskörpern nothwendig auch für die ekliptische Karte zu befürchtende Unbrauchbarwerden durch zu dichtes Drängen der Linien vermieden.

Es war nun eine Durchsicht der Karten in der eben beschriebenen Weise vorzunehmen und dabei vor Allem wieder eine Grenze festzusetzen, innerhalb deren die Entfernung zweier Bahnen liegen soll, um hier notirt zu werden. Es schien mir am angemessensten, dafür immer noch den D'Arrest'schen Werth: 0.1 der halben grossen Erdbahnaxe gelten zu lassen; denn, wenn gleich diese Grenze wohl zu weit gesteckt ist, so bot es doch interessante Vergleichpunkte, wenn man gerade unter denselben Bedingungen die früheren mit den jetzigen Resultaten zusammenhalten konnte. Es wurden demnach alle Fälle bemerkt, in welchen an derselben Stelle zweier Bahnen die gegenseitigen Entfernungen der Curven in beiden Projectionen unter jener Grösse 0·1 blieben, und durch ein beigefügtes * überdies bemerklich gemacht, wenn jene Entfernungen nahe bei oder unter 0.015 lagen, was so ziemlich die Grenze der Wahrnehmbarkeit für die erwähnten Zeichnungen bildet. Die Entfernungen der Curven, wie sie in den beiden Projectionen sich so ergeben, sind zwar, was wohl zu beachten, nicht etwa Projectionen der kürzesten Distanz selbst, sondern Projectionen anderer Abstände, die nur eben in der Nähe der kürzesten Distanz sich befinden, allein auch bei D'Arrest sind nicht die kürzesten Distanzen gefunden und hier wie dort an ihrer Statt im Allgemeinen grössere Entfernungen gesetzt. Es können desshalb sehr wohl unter den nicht mit * bezeichneten Combinationen sich noch manche sehr nahe Zusammenkünfte befinden; eine genaue Sichtung in dieser Beziehung wird später vorgenommen werden.

In der folgenden Zusammenstellung sind die in den Überschriften genannten Himmelskörper nach zunehmenden mittleren Entfernungen von der Sonne, wie dieselben bei Anfertigung des Verzeichnisses anzunehmen waren, geordnet und mittelst des oben gegebenen alphabetischen Registers, dem zu diesem Behufe die betreffenden Numern beigefügt wurden, leicht aufzufinden. Der Vollständigkeit wegen wurden unter jeder Überschrift alle Combinationen angeführt, welche in Bezug auf das Gestirn der Überschrift

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

zu beachten kommen, die darunter befindlichen Combinationen ohne Wiederholung im Drucke durch Cusivschrift hervorgehoben. Die den einzelnen Combinationen beigesetzten Zahlen geben beiläufig den Grad heliocentrischer Länge an, bei welchem die Zusammenkunft Statt hat, und den man auf einem die ekliptischen Projectionen der Generalkarte umschliessenden getheilten Kreise abnehmen kann.

Combinationen mit Bahnnähen unter 0.1 der halben grossen Erdbahnaxe.

1. *Merkur.*

Encke . . . . . 140°* und 215°

2. *Venus.*

Brorsen . . . . 90°
De Vico 1846 . . 88°
Halley . . . . . 252°

3. *Erde.*

Biela . . . . . 55°
Halley . . . . . 230°

4. *Mars.*

De Vico 1844 . . 49° und 289°*
Westphal . . . 350°
Olbers . . . . . 88°
Halley . . . . . 50°

5. *Flora.*

Melpomene . . . 25°
Vesta . . . . . 154° und 297°
Iris . . . . . 95°
Metis . . . . . 180°
Hebe . . . . . 335°
Massalia . . . . 102°
Lutetia . . . . 312°*
Parthenope . . . 198° und 292°
Thetis . . . . . 172° „ 295°
Egeria . . . . . 204°*
Astraea . . . . 230½°*
Irene . . . . . 258°
Thalia . . . . . 217½°*
Halley . . . . . 47°

6. *Melpomene.*

Flora . . . . . 25°
Fortuna . . . . 142°*
Lutetia . . . . 168°
Parthenope . . 163°
Olbers . . . . . 79°

7. *Victoria.*

Vesta . . . . 76°
Iris . . . . . 353°
Partheno . . . 77°
Egeria . . . . 57°
Irene . . . . . 75°*
Psyche . . . . . 87°
De Vico 1844 . . 250°
Halley . . . . . 77°

8. *Vesta.*

Flora . . . . . 154° und 297°
Victoria . . . . 76°
Metis . . . . . 159°* „ 341°*
Lutetia . . . . 90° „ 288°
Parthenope . . . 76°* „ 295°
Thetis . . . . . 250°*
Astraea . . . . 43°
Irene . . . . . 80° und 216°
Eunomia . . . . 112°*
Thalia . . . . . 35° „ 185°
Calliope . . . . 40°
Halley . . . . . 65°*

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

9. *Iris.*

Flora	95°		*Ceres*	255°	
Victoria	353°		*Hygiea*	199°	und 250°
Fortuna	282°		*Biela*	238° *	
Massalia	111°	und 248°	*De Vico* 1844	70° *	
Astraea	116°		*Faye*	5° *	
Irene	281°		*Halley*	65°	
Thalia	245°				

10. *Metis.*

Flora	180°		*Egeria*	204°	
Vesta	159° *	und 341° *	*Irene*	133°	und 287°
Fortuna	60° *	„ 252°	*Thalia*	82°	„ 224°
Massalia	60°		*Encke*	312° *	
Lutetia	20°	„ 209°	*De Vico* 1844	77°	„ 220°
Parthenope	0°	„ 198° *	*Halley*	65° *	
Thetis	173°				

11. *Hebe.*

Flora	335°		*Juno*	80°	
Lutetia	152°	und 321°	*Brorsen*	254°	
Parthenope	147°		*D'Arrest*	55°	und 204°
Thetis	135°		*Olbers*	72°	„ 250°

12. *Fortuna.*

Melpomene	142°		*Irene*	279°	
Iris	282°		*Thalia*	76°	und 232°
Metis	60° *	und 252°	*Juno*	160°	
Massalia	61°	„ 240°	*De Vico* 1844	84°	„ 217°
Thetis	144°	„ 316°	*Halley*	61° *	

13. *Massalia.*

Flora	102°		*Thalia*	233°	
Iris	111°	und 248°	*Psyche*	324°	
Metis	60°		*Hygiea*	283°	
Fortuna	61°	„ 240°	*De Vico* 1844	78°	und 222°
Lutetia	27°	„ 207°	*Biela*	230°	
Egeria	222°		*Halley*	66°	
Astraea	134° *				

14. *Lutetia.*

Flora	312° *		*Thetis*	125°	
Melpomene	168°		*Egeria*	211°	
Vesta	90°	und 288°	*Irene*	85°	
Metis	20°	„ 209°	*Thalia*	55°	
Hebe	152°	„ 321°	*Juno*	3° *	
Massalia	27°	„ 207°	*De Vico* 1844	100°	und 235°
Parthenope	143°		*Halley*	66°	

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

15. *Parthenope.*

Flora	198° und 292°	*Thetis*	122°* und 293°*
Melpomene	163°	*Egeria*	203°
Victoria	77°	*Astraea*	51° „ 222°
Vesta	76°* „ 295°	*Irene*	80° „ 245°*
Metis	0° „ 198°*	*Thalia*	43°* „ 215°
Hebe	147°	*Juno*	351°
Lutetia	143°	*Halley*	68°*

16. *Thetis.*

Flora	172° und 295°	*Egeria*	20°
Vesta	250°*	*Astraea*	27° und 192°
Metis	173°	*Irene*	54°* „ 214°
Hebe	135°	*Ceres*	51°*
Fortuna	144° „ 316°	*Pallas*	183½°*
Lutetia	125°	*Psyche*	91½°*
Parthenope	122°* „ 293°*	*Halley*	70°*

17. *Egeria.*

Flora	204°*	*Thalia*	27°
Victoria	57°	*Ceres*	198°
Metis	204°	*Pallas*	188°
Massalia	222°	*Calliope*	0°
Lutetia	211°	*Psyche*	40°
Parthenope	203°	*De Vico* 1844	220°
Thetis	20°	*Biela*	230°*
Astraea	40°	*Westphal*	147°
Eunomia	85°		

18. *Astraea.*

Flora	230½°*	Egeria	40°
Vesta	43°	*Thalia*	45°
Iris	116°	*Calliope*	45°
Massalia	134°*	*Psyche*	45° und 271°
Parthenope	51° und 222°	*Hygiea*	306°*
Thetis	27° „ 192°	*Halley*	65°

19. *Irene.*

Flora	258°	Thetis	54°* und 214°
Victoria	75°*	*Eunomia*	95° „ 285°
Vesta	80° und 216°	*Thalia*	165° „ 355°
Iris	281°	*Ceres*	40° „ 320°
Metis	133° „ 287°	*Psyche*	68°
Fortuna	279°	*Encke*	310°
Lutetia	85°	*De Vico* 1844	93° „ 232°
Parthenope	80° „ 245°*	*Halley*	75°

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

20. *Eunomia.*

Vesta . . . . . 112° *	*Biela* . . . . . 355°
Egeria . . . . . 85°	*Faye* . . . . . 328° *
Irene . . . . . 95° und 285°	

21. *Thalia.*

Flora . . . . . 217½° *	Egeria . . . . . 27°
Vesta . . . . . 35° und 185°	Astraea . . . . 45°
Iris . . . . . 245°	Irene . . . . . 165° und 355°
Metis . . . . . 82° und 224°	*Ceres* . . . . . 226° „ 355°
Fortuna . . . . 76° „ 232°	*Calliope* . . . . 269°
Massalia . . . . 233°	*De Vico* 1844 . . 83°
Lutetia . . . . . 55°	*Halley* . . . . . 75°
Parthenope . . . 43° * „ 215°	

22. *Juno.*

Hebe . . . . . 80°	*Brorsen* . . . . 260°
Fortuna . . . . 160°	*D'Arrest* . . . . 62°
Lutetia . . . . . 3° *	*Faye* . . . . . 130°
Parthenope . . . 351°	

23. *Ceres.*

Iris . . . . . 255°	*Pallas* . . . . . 10°
Thetis . . . . . 51° *	*Psyche* . . . . . 80°
Egeria . . . . . 198°	*Hygiea* . . . . . 268°
Irene . . . . . 40° und 320°	*De Vico* 1844 . . 100°
Thalia . . . . . 226° „ 355°	*Halley* . . . . . 74°

24. *Pallas.*

Thetis . . . . . 183½° *	*Hygiea* . . . . . 344°
Egeria . . . . . 188°	*Biela* . . . . . 331° *
Ceres . . . . . 10°	

25. *Calliope.*

Vesta . . . . . 40°	*Psyche* . . . . . 54° *
Egeria . . . . . 0°	*D'Arrest* . . . . 200°
Astraea . . . . 45°	*Biela* . . . . . 238°
Thalia . . . . . 269°	*Westphal* . . . 150°

26. *Psyche.*

Victoria . . . . 87°	Ceres . . . . . 80°
Massalia . . . . 324°	Calliope . . . . 54° *
Thetis . . . . . 91½° *	*Hygiea* . . . . 146°
Egeria . . . . . 40°	*De Vico* 1844 . . 210°
Astraea . . . . 45° und 271°	*Halley* . . . . . 75°
Irene . . . . . 68°	

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

27. *Hygiea.*

Iris	199° und 250°	Pallas	344°
Massalia	283°	Psyche	146°
Astraea	306°*	*Encke*	352°
Ceres	268°	*Biela*	232°

28. *Jupiter.*

Brorsen	283°*	*Faye*	210°
D'Arrest	163°		

29. *Encke.*

Merkur	140°* und 215°	*De Vico* 1846	80°
Metis	312°*	*Biela*	29°
Irene	310°	*Halley*	30°
Hygiea	352°		

30. *De Vico 1844.*

Mars	49° und 289°*	Egeria	220°
Victoria	50°	Irene	93° und 232°
Iris	70°*	Thalia	83°
Metis	77° „ 220°	Ceres	100°
Fortuna	84° „ 217°	Psyche	210°
Massalia	78° „ 222°	*D'Arrest*	332°*
Lutetia	100° „ 235°	*Halley*	58°

31. *Brorsen.*

Venus	90°	Jupiter	283°*
Hebe	254°	*De Vico* 1846	88°
Juno	260°		

32. *D'Arrest.*

Hebe	55° und 204°	Jupiter	163°
Juno	62°	De Vico 1844	332°*
Calliope	200°	*Olbers*	70°

33. *Biela.*

Erde	55°	Pallas	331°*
Iris	238°*	Calliope	238°
Massalia	230°	Hygiea	232°
Egeria	230°*	Encke	29°
Eunomia	355°	*Halley*	35°* und 198°*

34. *Faye.*

Iris	5°*	Juno	130°
Eunomia	328°*	Jupiter	210°

35. *Westphal.*

Mars	350°	Calliope	150°
Egeria	147°		

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

36. *Olbers.*

Mars	88°	Hebe	72° und 250°
Melpomene	79°	D'Arrest	70°

37. *De Vico 1846.*

Venus	88°	Brorsen	88°
Encke	80°		

38. *Halley.*

Venus	252°	Parthenope	68°*
Erde	230°	Thetis	70°*
Mars	50°	Astraea	80°*
Flora	47°	Irene	75°
Victoria	77°	Thalia	75°
Vesta	65°*	Ceres	74°
Iris	65°*	Psyche	75°
Metis	65°*	Encke	30°
Fortuna	61°*	De Vico 1844	58°
Massalia	66°	Biela	35°* und 198°.
Lutetia	66°		

Es haben sich somit zwischen den 38 genannten Himmelskörpern ergeben:

Bahnnähen

Kometen mit Kometen	Kometen mit Planeten	Asteroiden mit Asteroiden	Überhaupt
9	70	133	212

Zunächst schien mir die Frage von Wichtigkeit, ob sich bei dieser schon so bedeutenden Anzahl von Zusammenkünften nicht eine besondere Vertheilung erkennen lasse. Ich ordnete daher die oben vorkommenden Combinationen ohne Wiederholung nach den beigeschriebenen Längen, und erhielt so folgende Liste, die ich hier gebe, wie ich sie ableitete, da mancher Leser vielleicht das Ganze unter anderen Gesichtspunkten aufzufassen wünscht, als ich unten thun werde. Die Combinationen, welche zwei Zusammenkünfte gegeben, sind in derjenigen Bahnnähe, welcher die kleinere Länge zukommt, durch ein *d* ausgezeichnet. Das letztere geschah, weil mir die Häufigkeit solcher doppelter Annäherung zweier Bahnen (sie kommt hier 41mal vor) sehr merkwürdig schien, und ein Ausgangspunkt weiterer Untersuchungen werden dürfte.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Bahnnähen, geordnet nach Längen.

0.°	Egeria	Calliope.
0.	Metis	Parthenope *d.*
3. *	Lutetia	Juno.
5. *	Iris	Faye.
10.	Ceres	Pallas.
20.	Metis	Lutetia *d.*
20.	Thetis	Egeria.
25.	Flora	Melpomene.
27.	Egeria	Thalia.
27.	Massalia	Lutetia *d.*
27.	Thetis	Astraea *d.*
29.	Encke	Biela.
30.	Encke	Halley.
35. *	Biela	Halley *d.*
35.	Vesta	Thalia *d.*
40.	Egeria	Astraea.
40.	Egeria	Psyche.
40.	Irene	Ceres *d.*
40.	Vesta	Calliope.
43.	Vesta	Astraea.
43. *	Parthenope	Thalia *d.*
45.	Astraea	Calliope.
45.	Astraea	Thalia.
45.	Astraea	Psyche *d.*
47.	Flora	Halley.
49.	Mars	De Vico 1844 *d.*
50.	Mars	Halley.
51.	Parthenope	Astraea *d.*
51. *	Thetis	Ceres.
54. *	Calliope	Psyche.
54. *	Thetis	Irene *d.*
55.	Erde	Biela.
55.	Hebe	D'Arrest *d.*
55.	Lutetia	Thalia.
57.	Victoria	Egeria.
58.	De Vico 1844	Halley.
60.	Metis	Massalia.
60. *	Metis	Fortuna *d.*
61. *	Fortuna	Halley.
61.	Fortuna	Massalia *d.*
62.	Juno	D'Arrest.
65.	Astraea	Halley.
65.	Iris	Halley.
65.0*	Metis	Halley.
65. *	Vesta	Halley.
66.	Massalia	Halley.
66.	Lutetia	Halley.
68.	Irene	Psyche.
68. *	Parthenope	Halley.
70.	D'Arrest	Olbers.
70. *	Iris	De Vico 1844.
70. *	Thetis	Halley.
72.	Hebe	Olbers *d.*
74.	Ceres	Halley.
75.	Irene	Halley.
75.	Psyche	Halley.
75. *	Victoria	Irene.
75.	Thalia	Halley.
76. *	Vesta	Parthenope *d.*
76.	Victoria	Vesta.
76.	Fortuna	Thalia *d.*
77.	Metis	De Vico 1844 *d.*
77.	Victoria	Halley.
77.	Victoria	Parthenope.
78.	Massalia	De Vico 1844 *d.*
79.	Melpomene	Olbers.
80.	Ceres	Psyche.
80.	Encke	De Vico 1846.
80.	Hebe	Juno.
80.	Parthenope	Irene *d.*
80.	Vesta	Irene *d.*
82.	Metis	Thalia *d.*
83.	Thalia	De Vico 1844.
84.	Fortuna	De Vico 1844 *d.*
85.	Egeria	Eunomia.
85.	Lutetia	Irene.
87.	Victoria	Psyche.
88.	Brorsen	De Vico 1846.
88.	Mars	Olbers.
88.	Venus	De Vico 1846.
90.	Venus	Brorsen.
90.	Vesta	Lutetia *d.*
91½. *	Thetis	Psyche.
93.	Irene	De Vico 1844 *d.*
95.	Irene	Eunomia *d.*
95.	Flora	Iris.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

100.⁰ Ceres . . . . De Vico 1844.
100. Lutetia . . . De Vico 1844 *d.*
102. Flora . . . . Massalia.
111. Iris . . . . . Massalia *d.*
112. * Vesta . . . . Eunomia.
116. Iris . . . . . Astraea.
122. * Parthenope . . Thetis *d.*
125. Lutetia . . . . Thetis.
130. Juno . . . . Faye.
133. Metis . . . . Irene *d.*
134. * Massalia . . . Astraea.
135. Hebe . . . . . Thetis.
140. * Merkur . . . Encke.
142. * Melpomene . . Fortuna.
143. Lutetia . . . Parthenope.
144. Fortuna . . . Thetis *d.*
146. Psyche . . . . Hygiea.
147. Egeria . . . . Westphal.
147. Hebe . . . . . Parthenope.
150. Calliope . . . Westphal.
152. Hebe . . . . . Lutetia *d.*
154. Flora . . . . Vesta *d.*
159. * Vesta . . . . Metis *d.*
160. Fortuna . . . Juno.
163. Jupiter . . . . D'Arrest.
163. Melpomene . . Parthenope.
165. Irene . . . . Thalia *d.*
168. Melpomene . . Lutetia.
172. Flora . . . . Thetis *d.*
173. Metis . . . . Thetis.
180. Flora . . . . Metis.
183½.* Thetis . . . . Pallas.
185. Vesta . . . . Thalia.
188. Egeria . . . . Pallas.
192. Thetis . . . . Astraea.
198. * Metis . . . . Parthenope.
198. Biela . . . . Halley.
198. Egeria . . . . Ceres.
198. Flora . . . . Parthenope *d.*
199. Iris . . . . . Hygiea *d.*
200. Calliope . . . D'Arrest.
203. Parthenope . . Egeria.
204. Hebe . . . . D'Arrest.
204. * Flora . . . . Egeria.
204. Metis . . . . Egeria.
207. Massalia . . . Lutetia.
209.⁰ Metis . . . . Lutetia.
210. Jupiter . . . . Faye.
210. Psyche . . . . De Vico 1844.
211. Lutetia . . . . Egeria.
214. Thetis . . . . Irene.
215. Merkur . . . Encke *d.*
215. Parthenope . . Thalia.
216. Vesta . . . . Irene.
217½.* Flora . . . . Thalia.
217. Fortuna . . . De Vico 1844.
220. Egeria . . . . De Vico 1844.
220. Metis . . . . De Vico 1844.
222. Parthenope . . Astraea.
222. Massalia . . . De Vico 1844.
222. Massalia . . . Egeria.
224. Metis . . . . Thalia.
226. Thalia . . . . Ceres *d.*
230. * Egeria . . . . Biela.
230. Erde . . . . . Halley.
230. Massalia . . . Biela.
230½.* Flora . . . . Astraea.
232. Fortuna . . . Thalia.
232. Hygiea . . . . Biela.
232. Irene . . . . De Vico 1844.
233. Massalia . . . Thalia.
235. Lutetia . . . . De Vico 1844.
238. * Iris . . . . . Biela.
238. Calliope . . . Biela.
240. Fortuna . . . Massalia.
245. * Parthenope . . Irene.
245. Iris . . . . . Thalia.
248. Iris . . . . . Massalia.
250. Hebe . . . . Olbers.
250. * Vesta . . . . Thetis.
250. Iris . . . . . Hygiea.
250. Victoria . . . De Vico 1844.
252. Metis . . . . Fortuna.
252. Venus . . . . Halley.
254. Hebe . . . . Brorsen.
255. Iris . . . . . Ceres.
258. Flora . . . . Irene.
260. Juno . . . . . Brorsen.
268. Ceres . . . . Hygiea.
269. Thalia . . . . Calliope.
271. Astraea . . . Psyche.
279. Fortuna . . . Irene.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

281.⁰	Iris	Irene.	316.⁰	Fortuna	Thetis.
282.	Iris	Fortuna.	320.	Irene	Ceres.
283.*	Jupiter	Brorsen.	321.	Hebe	Lutetia.
283.	Massalia	Hygiea.	324.	Massalia	Psyche.
285.	Irene	Eunomia.	328.*	Eunomia	Faye.
287.	Metis	Irene.	331.*	Pallas	Biela.
288.	Vesta	Lutetia.	332.*	De Vico 1844	D'Arrest.
289.*	Mars	De Vico 1844.	335.	Flora	Hebe.
292.	Flora	Parthenope.	341.*	Vesta	Metis.
293.*	Parthenope	Thetis.	344.	Pallas	Hygiea.
295.	Flora	Thetis.	350.	Mars	Westphal.
295.	Vesta	Parthenope.	351.	Parthenope	Juno.
297.	Flora	Vesta.	352.	Hygiea	Encke.
306.*	Astraea	Hygiea.	353.	Victoria	Iris.
310.	Irene	Encke.	355.	Eunomia	Biela.
312.*	Flora	Lutetia.	355.	Irene	Thalia.
312.*	Metis	Encke.	355.	Thalia	Ceres.

Um zu finden, wie man die Peripherie abzutheilen hat, damit sich irgend ein charakteristisches Merkmal in der Lage der Bahnnähen möglichst rein darstelle, wurden die sämmtlichen aufgeführten Punkte von der ekliptischen Generalkarte in einer Bause abgenommen.

Bei der verhältnissmässig geringen Höhe über der Ekliptik, in welcher die Orte der Zusammenkünfte sich befinden, durfte man die auf diese Art erhaltene Vertheilung in der Ekliptik für die Vertheilung im Raume überhaupt gelten lassen. Es zeigte sich so, dass man Anhäufungen ziemlich am besten von Lücken trennt, wenn man nach Zeichen (30 Grade der Länge) vorgeht. Es ergab sich auf diese Weise nachstehende Zusammenstellung:

Zeichen.	Länge.	Kometen mit Kometen.	Kometen mit Planeten.	Asteroiden mit Asteroiden.	Summe.
I.	0° — 30°	1	1	10	12
II.	30 — 60	3	5	16	24
III.	60 — 90	3	24	17	44
IV.	90 —120	—	4	8	12
V.	120 —150	—	3	10	13
VI.	150 — 180	—	2	9	11
VII.	180 —210	1	2	14	17
VIII.	210 —240	—	15	12	27
IX.	240 —270	—	5	11	16
X.	270 —300	—	2	13	15
XI.	300 —330	—	3	6	9
XII.	330 —360	1	4	7	12

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Was nun zuerst die Bahnnähen von Kometen mit Kometen betrifft, so ist es auffallend, dass dieselben alle, mit Ausnahme einer einzigen, innerhalb 120 Graden der Länge (330°—90°) liegen; die eine im VII. Zeichen ist überdies nur eine Wiederholung der Combination Biela-Halley, die schon im II. Zeichen vorkommt. Es rührt dies hauptsächlich von dem merkwürdigen Umstande her, dass die zehn bisher bekannten entschieden elliptischen Kometenbahnen in gewisser Hinsicht auf analoge Weise angeordnet sind, indem die aufsteigenden Knoten und Aphelien vorzugsweise auf eine Seite der Ekliptik fallen. So bildet sich etwa bei 35° der Länge ein Knotenpunkt, in welchem Encke, Biela und Halley sich kreuzen, und an dem auch de Vico 1844 nahe vorüber geht. Ein ähnlicher Knotenpunkt zwischen Encke, de Vico 1846, Brorsen und Biela zeigt sich bei Länge 90°. D'Arrest, de Vico 1844 und Westphal kommen einander bei 330° nahe. Faye und Olbers endlich stehen bei 70° in geringer gegenseitiger Entfernung. Es gehen somit sämmtliche bisher als periodisch erkannte Kometenbahnen innerhalb eines nahe in der Ekliptik liegenden Raumes an einander vorüber, der nur etwas mehr als 100° der Länge umfasst und dessen Breite kaum mehr als die halbe grosse Erdbahnaxe beträgt.

Daher kommt denn auch die so auffallend ungleiche Vertheilung von Zusammenkünften der Kometen mit Planeten. Von Bahnnähen dieser Gattung zeigt sich eine Anhäufung in derselben Gegend der Ekliptik, wo die zahlreichsten Zusammenkünfte von Kometen mit Kometen sich ereignen. Zu dieser Erscheinung trägt allerdings nicht wenig bei, dass Kometenbahnen ihrer grossen Excentricitäten und Neigungen wegen Gruppen von Himmelskörpern wie die Asteroiden an sich nahe in gleicher heliocentrischer Länge durchschneiden. Indessen muss es immer auffallen, dass die zweite Gattung von Bahnnähen (Kometen mit Planeten) nicht blos mit der ersten (Kometen mit Kometen), sondern auch mit der dritten (Asteroiden mit Asteroiden) diese, und mit der letzteren sogar noch eine zweite Gegend grösster Anhäufung im VII. und VIII. Zeichen gemein hat.

Von Proximitäten dritter Gattung sollten bei gleicher Vertheilung der Gesammtzahl (133) auf ein Zeichen etwa 11 treffen; das Überschreiten dieser Mittelzahl im II. und III., so wie im VII. und VIII. Zeichen für diese, wie für die andern Arten von Bahnnähen, tritt noch deutlicher hervor, wenn man, wie nachstehend, nach Octanten

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

ordnet, deren einer im Durchschnitte 17 Proximitäten dritter Gattung enthalten sollte. Diese Erscheinung hängt offenbar mit der auch bei den Planeten unregelmässigen und den Kometen analogen Vertheilung von Knoten und Perihelien [1]) zusammen, worauf ich bei anderer Gelegenheit zurückkommen werde.

Octant.	Länge.	Kometen mit Kometen.	Kometen mit Planeten.	Asteroiden mit Asteroiden.	Summe.
I.	0°— 45°	3	1	17	21
II.	45 — 90	4	29	26	59
III.	90 —135	—	5	12	17
IV.	135 —180	—	4	15	19
V.	180 —225	1	9	22	32
VI.	225 —270	—	13	15	28
VII.	270 —315	—	4	15	19
VIII.	315 —360	1	5	11	17

Anhäufungen von Bahnnähen nicht blos in Länge, sondern überhaupt im Raume, kommen hauptsächlich bei 40°, 45°, 60°, 76° u. a. O. der Länge vor, was näher zu untersuchen ich mir aber für die Folge versparen muss.

Noch will ich hier bemerken, bevor ich diese Zusammenstellungen verlasse, dass die Bahn des Kometen Encke eine ganz besondere Lage gegen die Gruppe der Asteroiden hat; sie umschliesst beinahe sämmtliche Bahnen dieser Planeten und geht sowohl nördlich als südlich von der Ekliptik sehr nahe an denselben vorüber, ein Umstand, der mir gerade bei diesem Himmelskörper von Wichtigkeit scheint. Lange nicht so ausgesprochen, wenn gleich ähnlich, sind in dieser Beziehung die Stellungen der Bahnen Biela, Faye, Brorsen und D'Arrest.

Verfolgt man den hier eingeschlagenen Gang der Untersuchung, so bietet sich zunächst die Frage, ob, da man nun die zu machenden Combinationen sowohl, als den beiläufigen Ort der Zusammenkünfte, auf die Ekliptik bezogen, kennt, damit nicht auch für die Auffindung der kürzesten Distanzen selbst wichtige Erleichterungen gewonnen seien. Ich glaube in dieser Hinsicht folgenden Weg in Vorschlag bringen zu können.

Vor Allem schiene es mir zweckmässig, die näher zu prüfenden Zusammenkünfte in zwei Classen zu theilen, je nachdem die Länge

[1]) Littrow, Wunder des Himmels. 4. Auflage. S. 818.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

des gemeinschaftlichen Knoten beider Bahnen mit dem oben gegebenen Orte der Proximität nahe übereinstimmt oder nicht. Im ersten Falle gäbe die bisher gebräuchliche Bestimmung des Unterschiedes der heliocentrischen Radien Vectoren in der gemeinschaftlichen Knotenlinie zugleich einen genäherten Werth der kürzesten Distanz.

Man hätte also zuerst U zu finden aus

$$\left.\begin{aligned} tg\ q &= -\frac{cotg\ n_1}{cos\ (k_1-k)} \\ tg\ U &= tg\ \frac{(k_1-k)\ cos\ q}{cos\ (n-q)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

wo q eine Hülfsgrösse ist, und die Grössen ohne Strich sich auf die Bahn mit kleinerer Neigung gegen die Ekliptik beziehen, dann mittelst

$$tg\ (l-k) = tg\ U\ cos\ n \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

U in die Länge l des gemeinschaftlichen Knoten beider Bahnen zu verwandeln. Stimmt dieses l mit der Länge, welche für den Näherungspunkt oben gegeben wurde, so hat man, wenn V und V_1 die den Werthen U und U_1 entsprechenden wahren Anomalien sind, aus

$$\left.\begin{aligned} tg\ q_1 &= \frac{cotg\ n}{cos\ (k_1-k)} \\ tg\ U_1 &= -\frac{tg\ (k_1-k)\ cos\ q_1}{cos\ (n_1+q_1)} \\ V &= U+\omega \\ V_1 &= U_1+\omega \\ R &= \frac{a\ (1-\varepsilon^2)}{1+\varepsilon\ cos\ V} \\ R_1 &= \frac{a_1\ (1-\varepsilon_1{}^2)}{1+\varepsilon_1\ cos\ V_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

die Radien R und R_1 in der gemeinschaftlichen Knotenlinie, deren Differenz als erste Näherung des kleinsten Abstandes der zwei Bahnen gelten kann. Diese Rechnungsweise glaube ich nicht ganz verlassen zu sollen, weil die kleine Vorarbeit der Ausdrücke (10) und (11) auch sonst nützlich, nach solcher Vorbereitung aber dieser Weg sehr kurz ist.

Im zweiten Falle hingegen, wo die Grösse l von der Länge der Proximität L bedeutend verschieden gefunden würde, könnte man annehmen, dass beiden Endpunkten der kürzesten Distanz zweier Bahnen jene selbe Länge zukommt, da in der That in den hier betrachteten Grenzen der Proximitäten die diesen Endpunkten entsprechenden Längen immer nur wenige Minuten von einander abweichen.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Man fände so, wenn gleich wieder nicht die kleinste Entfernung beider Bahnen, so doch eine in der Nähe davon liegende Distanz. Mit dieser Supposition aber hat man u und u_1 aus

$$\left.\begin{aligned} tg\, u &= tg\, \frac{(L-k)}{\cos n} \\ tg\, u_1 &= tg\, \frac{(L_1-k_1)}{\cos n_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

ferner die wahren Anomalien und Radien Vectoren der Bahnnähe mittelst

$$\left.\begin{aligned} v &= u - \omega \\ v_1 &= u_1 - \omega_1 \\ r &= \frac{a\,(1-\varepsilon^2)}{1+\varepsilon \cos v} \\ r_1 &= \frac{a_1\,(1-\varepsilon_1{}^2)}{1+\varepsilon_1 \cos v_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Nennt man weiter p die Ekliptik-Poldistanz, so ist hier der oben durch Gleichung (2) eingeführte Winkel

$$\Psi = p_1 - p \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

somit gegeben durch

$$\left.\begin{aligned} \cos p &= \sin u \sin n \\ \cos p_1 &= \sin u_1 \sin n_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

und daher auch die Distanz D aus Gleichung (1) oder, bei der Kleinheit dieser Grösse besonders für abgekürzte Rechnung, mit Du Séjour besser aus

$$D^2 = d^2 + 4 \sin^2 \frac{\Psi}{2}\, r r_1 \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

zu bestimmen, wo d die Differenz der Radien Vectoren r_1 und r bedeutet.

Es ist von vornherein klar, dass bald die eine, bald die andere dieser genäherten Rechnungsweisen, die sich übrigens auch als theilweise gegenseitige Controle benützen lassen, durch besondere Verhältnisse in der Gestalt und Lage der Bahnen stark alterirt werden kann, dies hat aber hier, wo nur eben gegebene Combinationen zu behandeln sind, nichts zu bedeuten und ist nur dort erheblich, wo man auf diesem Wege die zu machenden Combinationen überhaupt erkennen wollte; denn es bleibt nun weiter jedem Rechner überlassen, durch Versuche, indem man z. B. die Grössen v und v_1 stufenweise variirt, oder durch zweckmässige Benützung der bekannten Bedingung, dass die kürzeste Distanz auf beiden Linien senkrecht steht, den eigentlichen Werth dieser kürzesten Distanz zu finden, und sich so in zweifelhaften Fällen zu überzeugen, ob eine gewisse Com-

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

bination wirklich noch eine innerhalb bestimmter Grenzen liegende Bahnnähe gibt. Solchen Vorgang halte ich einstweilen für den einzigen wirklich praktischen, und desshalb habe ich mich aller weiteren Ausführungen der strengen Formeln (1) bis (9), deren Gebrauch übrigens durch die genäherte Kenntniss des Ortes der Bahnnähe auch bedeutend erleichtert wird, enthalten, und die Ausdrücke dort eben nur in ziemlich übersichtlicher Form zu geben gesucht.

Es schien mir von Interesse, schon jetzt eine Anwendung des eben Gegebenen wenigstens durch die ersten Stadien der Rechnung zu verfolgen, wenn ich mir gleich vorbehalten muss, eigentliche Durchführungen dieses Gegenstandes später zu liefern. Ich wählte dazu die Zusammenkünfte von Asteroiden, welche in der Zeichnung unmessbare Distanzen in beiden Projectionen gegeben hatten und daher oben mit * ausgezeichnet wurden. Der Rechnung wurden folgende Elemente zu Grunde gelegt, welche in der neuesten Zusammenstellung des Berliner Jahrbuches 1856 [1]) gegeben sind, mit Ausnahme von Thalia, für welche Herrn Oeltzen's letzte Bestimmungen aus dem December-Hefte 1853 dieser Sitzungsberichte genommen wurden.

Planet	a	ε	ω	k	n
Flora	2·201	0·1567	282° 37′	110° 18′	5° 53′
Melpomene	2·293	0·2151	225 31	149 59	10 10
Victoria	2·334	0·2181	66 24	235 29	8 23
Vesta	2·360	0·0902	147 23	103 24	7 8
Metis	2·386	0·1235	3 8	68 30	5 36
Fortuna	2·444	0·1587	179 21	211 27	1 32
Massalia	2·401	0·1447	252 5	206 57	0 41
Lutetia	2·434	0·1625	246 6	80 27	3 6
Parthenope	2·448	0·0980	192 4	125 0	4 37
Thetis	2·484	0·1308	133 14	125 20	5 36
Egeria	2·577	0·0853	76 18	43 19	16 33
Astraea	2·577	0·1888	354 15	141 28	5 19
Irene	2·584	0·1688	91 58	86 49	9 7
Eunomia	2·643	0·1878	93 59	293 54	11 44
Thalia	2·645	0·2403	54 51	67 53	10 14
Juno	2·669	0·2565	243 9	171 0	13 3
Ceres	2·766	0·0792	68 45	80 48	10 36
Pallas	2·769	0·2390	309 25	172 38	34 43
Calliope	2·912	0·1036	352 13	66 37	13 45
Psyche	2·933	0·1309	220 51	150 37	3 4
Hygiea	3·149	0·1006	300 25	287 38	3 47

[1]) In dieser Zusammenstellung soll es übrigens heissen:

bei Astraea:	135° 43′	statt	136° 23′ 30″·9	π, Ω und i beziehen sich nämlich
	141 28	„	9 56 24·9	im Jahrbuche auf den Äquator
	5 19	„	19 33 45·3	statt auf die Ekliptik.
bei Victoria:	12 36 23″·6	„	2 36 23·6	
bei Irene:	86 48 56·3	„	186 48 56·3	

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Damit ergaben sich nachstehende Resultate. Die Bedeutung der Zeichen ist aus dem Obigen bekannt. Zur besseren Beurtheilung beider Rechnungsweisen wurde hier auch N gerechnet, daher zur Bestim-

Nr.	Combination	$R_1 - R$	D	L	$L - l$
1	Pallas-Thetis	0·062	0·110	183°30'	$3\frac{1}{2}$°
2	Egeria-Flora	0·009	0·093	204	2
3	Calliope-Psyche . . .	0·018	0·019	54	0
4	Juno-Lutetia	0·036	0·057	3	1
5	Eunomia-Vesta . . .	0·031	0·031	112	2
6	Ceres-Thetis	0·025	0·020	51	1
7	Thalia-Flora	0·045	0·042	217 30	$4\frac{1}{2}$
8	Thalia-Parthenope . .	0·008	0·018	43	2
9	Melpomene-Fortuna .	0·020	0·020	142	0
10	Irene-Victoria	0·055	0·043	75	3
11	Irene-Parthenope . .	0·060	0·031	245	6
12	Irene-Thetis	0·043	0·018	54	4
13	Vesta-Metis	0·046	0·015	159	4
14	„ „	0·065	0·021	341	6
15	Vesta-Parthenope . .	0·042	0·029	76	$3\frac{1}{2}$
16	Vesta-Thetis	0·025	0·029	250	14
17	Flora-Lutetia	0·027	0·010	312	4
18	Flora-Astraea	0·044	0·010	230 30	4
19	Thetis-Parthenope . .	0·009	0·021	122	5
20	„ „ . .	0·036	0·023	293	14
21	Metis-Fortuna	0·001	0·005	60	1
22	Metis-Parthenope . .	0·010	0·043	198	1
23	Astraea-Massalia . . .	0·012	0·011	134	0
24	Astraea-Hygiea . . .	0·010	0·012	306	$1\frac{1}{2}$
25	Thetis-Psyche	0·098	0·031	91 30	9

Überblickt man diese Tafel, so zeigt sich zuerst, dass sich bald auf dem einen, bald auf dem anderen, zuweilen auf beiden Wegen die Kleinheit der Distanz bestätigt hat. Dass mitunter die Abstände nicht unbedeutend von der aus der Zeichnung für diese Fälle folgenden Grenze 0·015 abweichen, darf nicht überraschen, denn die Rechnung gab auf keinem der beiden Wege das wirkliche Minimum der Distanz, sondern immer grössere Entfernungen. Unter allen 25 erhielt man in 8 Fällen durch die Formeln (13) bis (17) den Abstand grösser als durch die ältere Berechnungsweise (10) bis (12), die übrigen 16 fielen entweder nahe gleich oder kleiner aus.

Jene 8 Varianten sind zum Theile aus der geringen Genauigkeit zu erklären, mit der man die Grösse L aus der Zeichnung abnimmt, was zuweilen, z. B. bei grossem N, die Resultate nothwendig stark

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

mung dieser sowohl, als der Grössen U die Gleichungen (3) benützt. Bei $L—l$ ist immer der dem L zunächst liegende Knoten beider Bahnen zu verstehen.

Nr.	Combination	$\dot{N}$	Ψ	$U + k$	$U_1 + k_1$
1	Pallas-Thetis	31° 10'	2° 40'	180° 37'	179° 21'
2	Egeria-Flora	15 14	2 5	22 14	23 1
3	Calliope-Psyche . . .	13 44	0 0	53 41	54 3
4	Juno-Lutetia	13 26	0 21	184 32	184 9
5	Eunomia-Vesta . . .	18 48	0 40	289 52	290 2
6	Ceres-Thetis	7 40	0 12	49 59	50 21
7	Thalia-Flora	7 4	0 24	33 45	34 8
8	Thalia-Parthenope . .	8 38	0 13	41 5	41 26
9	Melpomene-Fortuna .	9 32	0 0	141 49	141 57
10	Irene-Victoria	16 50	0 56	71 40	72 0
11	Irene-Parthenope . .	6 14	0 35	59 6	58 43
12	Irene-Thetis	5 52	0 20	50 13	50 30
13	Vesta-Metis	4 4	0 18	155 3	154 51
14	„ „	„ „	0 26	„ „	„ „
15	Vesta-Parthenope . .	3 18	0 11	72 22	72 28
16	Vesta-Thetis	2 52	0 41	56 13	56 21
17	Flora-Lutetia	3 32	0 15	136 18	136 13
18	Flora-Astraea	3 4	0 14	46 7	46 15
19	Thetis-Parthenope . .	1 0	0 5	126 52	126 52
20	„ „ . .	„ „	0 10	„ „	„ „
21	Metis-Fortuna	6 54	0 6	60 47	60 48
22	Metis-Parthenope . .	4 54	0 5	17 1	19 11
23	Astraea-Massalia . . .	5 4	0 3	134 24	134 25
24	Astraea-Hygiea . . .	8 44	0 14	127 27	127 33
25	Thetis-Psyche	3 6	0 30	100 29	100 34

ändern muss, zum Theil besonderen Lagen der Bahnen zuzuschreiben. So hat der Umstand, dass bei der letzten Combination die Perihelien beider Bahnen nach verschiedenen Seiten liegen, die entgegengesetzte Wirkung und bei einem Abstande der Bahnnähe von nur 9° vom gemeinschaftlichen Knoten die Distanz der ersten Rechnung in der zweiten um zwei Dritttheile vermindert; denn die Radien Vectoren nehmen hier bei Thetis rasch ab, während sie bei Psyche schnell wachsen, und umgekehrt, wenn man die Anomalien variirt. Hätte man blos durch die ältere Rechnungsart von vornherein die Combinationen mit Distanzen unter 0·015 finden wollen, so wären nicht weniger als 18 von den obigen 25 Fällen übergangen worden.

Schon dieser vorläufige Versuch hat zu dem von D'Arrest hervorgehobenen, seiner kleinen Distanz (0·01) wegen merkwürdigen Falle

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

von Hygiea und Astraea weitere sieben Combinationen mit nahe gleich geringem oder noch kleinerem Abstande gefügt, nämlich:

Egeria	Flora	0·009
Thalia	Parthenope . .	0·008
Flora	Lutetia . . .	0·010
Flora	Astraea . . .	0·010
Thetis	Parthenope . .	0·009
Metis	Fortuna . . .	0·001
Metis	Parthenope . .	0·010

und es ist daher mit Sicherheit zu erwarten, dass eine durchgreifende Sichtung mit möglichst genauer Bestimmung der eigentlichen kürzesten Distanzen noch auf viele eben so bemerkenswerthe Combinationen führen werde. Von den zuletzt hervorgehobenen Bahnnähen stimmt übrigens die Combination Egeria-Flora in R_1—R erst jetzt mit D'Arrest, so weit man bei den neuen Elementen erwarten durfte, nachdem eine Unrichtigkeit, die sich bei D'Arrest eingeschlichen, verbessert wurde.

Noch schien es mir angemessen, eine nähere Vergleichung der D'Arrest'schen Resultate mit den hier abgeleiteten auszuführen, um eine weitere Probe meiner Betrachtungsweise zu bekommen und um zu erfahren, in welchem Masse die Anzahl der Proximitäten im Verhältnisse zur Anzahl der behandelten Bahnen gestiegen ist.

D'Arrest hat bei 13 Asteroiden 21 Bahnnähen mit Distanzen unter 0·1. Bei 23 Asteroiden fanden wir oben 133 Proximitäten inner derselben Grenze. Um aber einen eigentlichen Vergleichpunkt zu erhalten, muss man in beiden Fällen auf gleiche Weise vorgehen, und sich vor Allem fragen, wie viele Bahnnähen unter 0·1 wir mit den von D'Arrest betrachteten 13 Asteroiden hier gefunden haben. Darauf dient nun zur Antwort, dass wir einen einzigen Fall (Vesta-Pallas) nicht haben, der bei D'Arrest vorkommt; die Distanz (0·097) ist indessen auch bei D'Arrest so gross, dass ich es nicht für nöthig erachtete, dem Grunde dieser Variante näher nachzuforschen. Dagegen erhielten wir hier folgende 17 Combinationen mehr als D'Arrest:

Flora	Vesta, zweimal
Flora	Parthenope, zweimal
Victoria . . .	Iris
Vesta	Parthenope
Vesta	Astraea

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Iris . . . . . Astraea
Iris . . . . . Hygiea, zweimal
Metis . . . . Parthenope
Hebe . . . . . Juno
Parthenope . . Astraea, zweimal
Parthenope . . Juno
Egeria . . . . Ceres
Egeria . . . . Pallas.

Davon sind abzurechnen: die Combination Iris-Astraea, da D'Arrest dieselbe ebenfalls mit einer Distanz unter 0·1 findet, und nur in der Übersicht aufzuführen vergass, und die Bahnnähe Hebe-Juno, da D'Arrest die Distanz dafür 0·101 findet, also der Grenze so nahe, dass man diese Combination wohl eben so gut als inner dieselbe fallend ansehen darf. Lässt man die Proximität Vesta-Pallas ganz weg, und berücksichtigt man die beiden letzten Bemerkungen, so hatte D'Arrest 22 Bahnnähen unter 0·1, während wir deren für dieselben Himmelskörper 37 fanden. Eine so bedeutende Variante verdiente näher untersucht zu werden. So ergab sich folgende Zusammenstellung, wo D wieder nach den Gleichungen (13) bis (17) mit dem früher gegebenen L gerechnet wurde, $R_1 - R$, $U + k$ von D'Arrest genommen sind. Die beiden letzten Columnen geben die Differenzen der in beiden Weisen gefundenen Abstände und den Winkel zwischen dem Orte der Bahnnähe in der Ekliptik und der Länge der gemeinschaftlichen Knoten:

Nr.	Combination.	D	L	$R_1 - R$	$U + k$	$R_1 - R - D$	$U + k - L$
1	Flora-Vesta . .	0·071 u. 0·046	134° u. 297°	0·434 u. 0·102	74° u. 234°	0·363 u. 0·058	80° u. 43°
2	Flora-Parthen.	0·067 u. 0·048	198 u. 292	0·617 u. 0·120	71 u. 251	0·550 u. 0·072	117 u. 41
3	Victoria-Iris .	0·068	353	0·293	22	0·225	29
4	Vesta-Parthen.	0·088	295	0·174	252	0.086	43
5	Vesta-Astraea .	0·054	43	0·155	55	0·101	12
6	Iris-Hygica . .	0·050 u 0·069	199 u. 250	1·634 u. 0·103	40 u. 220	1·584 u. 0·034	159 u. 30
7	Metis-Parthen.	0·056	0	0·120	17	0·034	17
8	Parth.-Astraea	0·039 u. 0·085	51 u. 222	0·419 u. 0·273	17 u. 197	0·380 u. 0·188	34 u. 25
9	Parth.-Juno .	0·130	351	0·171	9	0·048	18
10	Egeria-Ceres .	0·156	198	0·136	185	0·020	13
11	Egeria-Pallas	0·058	188	0·058	186	0·000	2

Um übrigens keine Varianten aus anderen Quellen herein zu bringen, wurden die Rechnungen für D hier mit den folgenden Elementen, deren auch D'Arrest sich bediente, durchgeführt.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

Planet	a	ε	ω	k	n
Flora	2·202	0·1568	282°30'	110°21'	5° 53'
Victoria	2·334	0·2190	66 8	235 34	8 22
Vesta	2·362	0·0888	147 27	103 24	7 8
Iris	2·385	0·2324	141 38	259 44	5 28
Metis	2·386	0·1229	2 33	68 28	5 36
Parthenope	2·451	0·0998	191 54	124 59	4 37
Egeria	2·570	0·0884	76 20	43 20	16 27
Astraea	2·577	0·1888	354 15	141 28	5 19
Juno	2·669	0·2561	243 22	170 57	13 3
Ceres	2·768	0·0765	67 27	80 50	10 37
Pallas	2·773	0·2394	308 41	172 46	34 37
Hygiea	3·151	0·1009	300 24	287 38	3 47

Unsere Rechnung gibt also D in diesen fünfzehn bei D'Arrest fehlenden, aus der Zeichnung aber folgenden Fällen nur zweimal über 0·1, und es wäre erst näher zu untersuchen, ob die kürzeste Distanz nicht auch hier inner jener Grenze liegt, was später geschehen soll; für den einen dieser Fälle (Egeria-Ceres) ist eine Erklärung davon schon in dem Umstande zu suchen, dass die beiden Bahnen eine lange Strecke hindurch zu einander parallel laufen, und daher die Grösse L sehr unsicher wird; gerade dieser Fall ist aber auch der einzige, in welchem $R_1 - R$ kleiner als D ausfiel. Die Varianten mit D'Arrest kommen offenbar von den grossen Entfernungen dieser Bahnnähen von den gemeinschaftlichen Knoten. Hiervon macht nur die letzte Combination (Egeria-Pallas) eine Ausnahme, allein die Verschiedenheit zwischen $R_1 - R$ und D ist hier auch verschwunden, da dieselbe nur von einem Versehen bei D'Arrest rührt, das oben gleich verbessert wurde. Die Combination Iris-Hygiea ist besonders lehrreich. Während für die aus der Zeichnung abgeleiteten Orte gegenseitige Entfernungen der Bahnen im Breitenkreise von nur 0·069 und 0·050 sich ergeben, findet D'Arrest die Distanzen in der gemeinschaftlichen Knotenlinie 0·103 und 1·634, die letztere also beiläufig anderthalb so gross als der Spielraum der Asteroiden überhaupt in ihren mittleren Entfernungen von der Sonne beträgt, und gerade dem Maximum der Differenz gleich, die im Allgemeinen zwischen den Entfernungen dieser beiden Planeten von der Sonne statthaben kann. Es rührt dies daher, dass die Apsiden sowohl von Hygiea als Iris nahe in der gemeinschaftlichen Knotenlinie beider Bahnen, Aphel und Perihel der Hygiea aber beziehungsweise in gleicher heliocentri-

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

scher Richtung mit Perihel und Aphel der Iris liegen, und die zwei eigentlichen Bahnnähen in geringe und nahe gleiche Entfernungen zu beiden Seiten der gemeinsamen Knotenlinie fallen. Der Raum zwischen beiden Bahnnähen beträgt nur etwa 50°; desshalb und weil die Distanz des Hygica-Perihels von der Sonne beiläufig ebenso gross ist als die Apheldistanz der Iris, stimmt der eine D'Arrest'sche Werth ziemlich mit unserem Resultate, während der andere so ausserordentlich davon abweicht.

Lässt man die beiden zweifelhaften Fälle gelten, so stellt sich die Vergleichung wie folgt:

Bei 13	Asteroiden	37	Bahnnähen
„ 23	„	133	„

somit ein Steigen der Zahl von Proximitäten beiläufig im quadratischen Verhältnisse der Zunahme an betrachteten Himmelskörpern.

Mit diesen Bestätigungen [1]) der hier auseinander gesetzten Anschauungsweise des vorliegenden Problems glaubte ich mich einstweilen zufrieden stellen zu dürfen. Ich werde nicht ermangeln, gelegentlich die jedesmaligen Ergänzungen dieser Arbeit durch neu entdeckte Planeten (seither sind ihrer bereits vier hinzugekommen), so wie weitere Vervollständigungen durch umständlichere Rechnungen zu liefern.

Die Häufigkeit beachtenswerther Bahnnähen der Asteroiden in Verbindung mit anderen später zu erörternden Umständen scheint mir im Gegensatze zu neuerlichen Aussprüchen [2]) der Olbers'schen Ansicht über den Ursprung der Asteroiden nicht ungünstig. An die Stelle der Besorgnisse aber, welche die Möglichkeit des Zusammentreffens zweier Himmelskörper unseres Systemes früher wenigstens bei Nicht-Astronomen in Bezug auf die Erde erweckte, ist vielleicht die erfreuliche Aussicht zu setzen, dass es uns dermaleinst, vielleicht in nicht zu ferner Zukunft vergönnt wäre, von sicherer Stätte das interessante Schauspiel einer Weltzertrümmerung oder auch Verbrüderung zu beobachten. Die obwaltenden Commensura-

---

[1]) Während des Druckes wurden weitere 27 Combinationen von Asteroiden mit Asteroiden der Rechnung unterzogen, und fügten sich im Ganzen ebenso gut, so dass zusammen 89 Fälle von 133 Bahnnähen solcher Art diese vorläufige Controle bestanden haben.

[2]) Comptes rendus de l'Académie de Sciences de Paris. Tome XXXVII. p. 793.

ownload from The Biodiversity Heritage Library http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentru

bilitäten der Umlaufszeiten berechtigen einigermassen zu diesen Hoffnungen. Man erinnert sich bei solchen Betrachtungen unwillkürlich an die Duplicität, mit welcher der Komet Biela uns bei seiner vorletzten Erscheinung überraschte. Dass die beiden Componenten sich nun wieder von einander zu entfernen scheinen, darf bei Himmelskörpern, denen man in anderen Rücksichten eigenthümliche Repulsivkräfte zuzuschreiben sich schon veranlasst sah, nicht Wunder nehmen. Mit solchen Vermuthungen betreten wir jedoch das Feld vager Hypothesen, deren Reife noch in weiter Ferne liegt.

Jedenfalls wird die Wichtigkeit der Kenntniss solcher Bahnnähen für die Wissenschaft dadurch sehr erhöht, dass sämmtliche hier betrachtete Körper mit Ausnahme des Kometen Halley sich nach derselben Richtung bewegen, somit gegenseitigen Einwirkungen eine grössere Dauer verliehen wird. Vielleicht genügt bereits das hier Vorgetragene, an denjenigen Sternwarten, wo sich die Ephemeriden der meisten Himmelskörper alljährlich sammeln, um dann der Öffentlichkeit übergeben zu werden, die Aufmerksamkeit den oben angeführten Combinationen zuzuwenden. Schon das publicirte Material: geocentrische Rectascension und Declination, so wie heliocentrischer Radius Vector, reicht vollkommen hin, um zu entscheiden, ob zwischen zwei bestimmten Gestirnen eine bedeutende Annäherung Statt hat; vielleicht kann ich bald weitere Erleichterungen solcher Nachforschungen geben.

Schlüsslich habe ich eine angenehme Pflicht des Dankes zu erfüllen gegen die Herren Hornstein und Oeltzen für die Bereitwilligkeit, mit welcher bei verschiedenen Theilen der weitläufigen Arbeit, insbesondere bei der Durchsicht der Zeichnungen und bei den Rechnungen diese meine Amtsgenossen mir Hülfe zu leisten nicht müde wurden.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1854

Band/Volume: 12

Autor(en)/Author(s): Littrow Karl Ludwig von

Artikel/Article: Bahnnähen zwischen der periodischen Gestirnen des Sonnensystems. 44-76